المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
أكاديمية جهة درعة تافيلالت - نيابة زاكورة
ثانوية سيدي عمرو- تزارين

سلسلة التمارين رقم 1

مبادئ في المنطق

المستوى : أولى باكلوريا علوم تجريبية 1-2

المادة : الرياضيات

الأستاذ : عيسى هياب

التمرين 1

أكتب العبارات التالية باستعمال الرموز المنطقية :

P : لكل عدد صحيح طبيعي n يوجد عدد صحيح طبيعي m بحيث $n+m=10$

Q : يوجد عدد حقيقي M حيث لكل x من $\mathbb{R}$: $x \le M$

R : لا يوجد أي عدد جذري حل للمعادلة $x^2=2$.

S : بيْن كل عددين حقيقيين مختلفين يوجد عدد جذري.

T : f دالة تابثة على المجموعة $\mathbb{R}$.

U : r هو باقي القسمة الأقليدية ل a على b

التمرين 2

A- حدد قيمة حقيقة العبارات التالية ثم حدد نفي كل واحدة منها:

$(P_1):\quad \exists x\in\mathbb{N},\quad x^2=36$

$(P_2):\quad \forall x\in\mathbb{R},\quad x^2\ge x$

$(P_3):\quad \forall x\in\mathbb{R},\exists y\in\mathbb{R},\quad x\le y$

$(P_4):\quad \exists y\in\mathbb{R},\forall x\in\mathbb{R},\quad x\le y$

$(P_5):\quad \forall x\in\mathbb{N},\exists y\in\mathbb{N},\quad y=2x$

$(P_6):\quad \forall x\in\mathbb{N},\exists y\in\mathbb{N},\quad x=2y$

$(P_7):\quad \forall x\in\mathbb{N},\exists y\in\mathbb{N},\quad x=y^2$

$(P_8):\quad \exists x\in\mathbb{N},\forall y\in\mathbb{N},\quad x=y^2$

B-حدد نفي العبارات التالية ثم حدد قيمة حقيقة كل واحدة منها:

$P:\quad \forall x\in[0;+\infty[,\quad \sqrt{x}<x$

$P_1:((\exists x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R}):x+y\succ 0)$

$P_2:((\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R}):x+y\succ 0)$

$P_3:((\forall x\ge 0):x^2-x-2\ge 0)$

$P_4:((\forall x\in\mathbb{R}^*)(\forall y\in\mathbb{R}^*):x^2+y^2\ne 1)$

$P_5:((\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R}):y=\sin(x))$

$P_6:\quad ((\forall x\in\mathbb{R}):\quad x\le 0\quad ou\quad x\ge 0)$

$P_7:\quad ((\forall x\in\mathbb{R}):\quad 1\le x\le 2016)$

C-حدد نفي العبارات التالية:

$P_1:(a>b\Rightarrow a\ge c)$

$P_2:(a=b=c)$

$P_3:(a\le b<c)$

$P_4:(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2:-1\le x+y\le 2\Rightarrow |x+y|\le 2)$

$P_5:((\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R}):x-y=1\Leftrightarrow x\succ 1)$

التمرين 3 (الإستدلال الإستنتاجي)

1- بين أن $ac\le 0\Rightarrow(\exists x\in\mathbb{R}):\ ax^2+bx+c=0$

2- بين أن $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2,1+xy=x+y\Rightarrow(x=1\,ou\,y=1)$

3- بين أنه إذا كان $2n+1$ مربع كامل فإن $n+1$ يكون مجموع مربعين كاملين

التمرين 4 (الإستدلال بالمثال المضاد)

1- حدد صحة العبارة التالية : "جميع الأعداد الأولية فردية".

2-بين أن العبارة : "$(\forall n\in\mathbb{N}):$ أولي n^2+n+1 " خاطئة.

التمرين 5 (الإستدلال بالإستلزام المضاد للعكس)

1- ليكن $n\in\mathbb{N}$ بين أن : n عدد زوجي $\Rightarrow n^2$ عدد زوجي

2- ليكن $x\in\mathbb{R}$ بين أن : $x^2+x-2\le 0\Rightarrow x\le 1$

3- بين أن $x\ne y\Rightarrow\ (x+1)(y-1)\ne(x-1)(y+1)$

4- بين أن: $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2,x\ne y\Rightarrow(x^3+x\ne y^3+y)$

التمرين 6 (الإستدلال بفصل الحالات)

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية : $x^2-|x-2|+5=0$.

2- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}):\ \sqrt{x^2+1}+x\succ 0$

3- ناقش حسب قيم البارامتر الحقيقي m حلول المعادلة التالية في $\mathbb{R}$:

$$mx^2-(m+1)x+m-1=0$$

4- بين أن $n(n+1)(n+2)$ قابل للقسمة على 3 لكل n من $\mathbb{N}$

التمرين 7 (الإستدلال بالخلف)

1- n عدد صحيح طبيعي نضع : $A=\dfrac{n+3}{n+5}$ بين أن : $A\ne 1$.

2- بين أن الإستلزام $(\forall x\in\mathbb{R}):x^2\succ 1\Rightarrow x\succ 1$ خاطئ.

3- ليكن a و b من $\mathbb{R}_+^*$ بين أن $ab=1\Rightarrow a\le 1\ ou\ b\le 1$

4- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ \sqrt{\dfrac{n}{n+1}}\notin\mathbb{Q}$

5- بين أن

$$(\forall a\in\mathbb{Q})\ (\forall b\in\mathbb{Q}):[a-b\sqrt{2}=0\Rightarrow a=0\ et\ b=0]$$

التمرين 8 (الإستدلال بالترجع)

بين أن : 1- $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 2^n\succ n$

2- $(\forall n\in\mathbb{N}^*):1+3+3^2+.....+3^n=\dfrac{3^{n+1}-1}{2}$

3- 5 يقسم العدد 6^n-1 لكل $n\in\mathbb{N}$

4- $(\forall n\in\mathbb{N}^*):\ 1+3+5+.....+(2n+1)=(n+1)^2$

5- $(\forall n\in\mathbb{N}^*):\ 1^2+2^2+.....+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$