

CÁLCULO E DESENHO DE CONCRETO ARMADO

ROBERTO MAGNANI

ROBERTO MAGNANI
Engenheiro Civil

CÁLCULO E DESENHO DE CONCRETO ARMADO

Araraquara-SP

Internet: www.robertomagnani.com.br
<http://rmagnani.tripod.com>
<http://roberto.magnani.vila.bol.com.br>
E-mail: eng@robertomagnani.com.br
robertomagnani@uol.com.br
robertomagnani@hotmail.com

1999

Cálculo e Desenho de Concreto Armado

Copyright © 1999.

Direitos Reservados ® pelo autor para a língua portuguesa. - Reg. 183875 – 06/10/99

CATALOGAÇÃO NA FONTE DO DEPARTAMENTO NACIONAL DO LIVRO

M196c

Magnani, Roberto: 1953 –
Cálculo e desenho de concreto armado / Roberto
Magnani. – Araraquara, SP : 1999.
...p. ; cm.

ISBN 85 – 901150 – 1 – 1

Inclui bibliografia.

1. Concreto armado – Desenhos. 2. Construções de concreto
Armado. 3. Engenharia de estruturas. I. Título.

CDD-620.137

1999

Índices para catálogo sistemático:

1. Concreto armado : manual técnico : cálculos : desenhos
2. Estruturas : projetos : engenharia civil

À
Fátima,
Bruna,
Thiago e
Isabela,
pela confiança e apoio constantes.

Este projeto é dedicado aos meus professores, a
todos que gostam de concreto armado e aos
mestres Paulo dos Santos Netto e
Roberto Luiz de Arruda Barbato,
que com sua dedicação e
sabedoria, nos ensinaram
os primeiros passos.

PREFÁCIO

Dispomos hoje de uma vasta e excelente literatura a respeito dos conhecimentos teóricos do concreto armado. Este livro talvez se afaste um pouco desta tradição, ao apresentar um esquema prático e profissional para o dimensionamento e desenho, como se procede na maioria dos escritórios de cálculo de nosso país.

São dois os objetivos: antecipar ao engenheiro recém-formado alguns anos de experiência, para que possa aplicar sua teoria com segurança e tranquilidade, e que os profissionais na ativa tenham sempre à mão as tabelas para consulta, e um roteiro completo para a verificação de seus cálculos, para as diversas solicitações da estrutura, desde a fase de lançamento das cargas até o detalhamento e desenho final das armaduras.

Apesar de se tratar de assunto muito extenso, procurou-se sintetizá-lo sem perder as funções de suas aplicações no dia a dia, e obedecendo nossas rigorosas normas técnicas.

O problema de *torção* pode ser encontrado no capítulo Vigas; o problema *punção* no capítulo Lajes; *pressão em áreas reduzidas* no capítulo Fundações (Blocos sobre estacas); *flexão composta* e *flexão oblíqua* no capítulo Pilares.

Outros assuntos, como Concreto Protendido e outros métodos de cálculo de esforços em estruturas hiperestáticas, tais como o Processo de Propagação, Processo das Grelhas e o cálculo dos esforços nos edifícios sob carga horizontal, tratando-os como Pórticos, serão apresentados em um volume complementar.

A matéria foi exposta de tal modo que possa ser programada facilmente em um microcomputador, e para que isto seja possível, procurou-se nada omitir e apresentá-la sequencialmente. Os programadores mais experientes podem até elaborar a impressão gráfica dos resultados, complementando com os desenhos de fôrma e tabela de armaduras.

Desde já agradecemos e aguardamos as sugestões e críticas dos leitores, que podem ser encaminhadas através do e-mail: eng@robertomagnani.com.br. Com elas pretendemos aperfeiçoar nosso trabalho.

Araraquara, Julho de 1999

O Autor.

Engenheiro civil graduado pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, com ênfase em Estruturas.

Engenheiro construtor de obras de saneamento e edificações urbanas, hoje projetista de estruturas de concreto armado e fabricante de pré-moldados.

SUMÁRIO

LAJES

1. INTRODUÇÃO	2
2. VINCULAÇÕES DAS LAJES	2
3. CARREGAMENTOS DAS LAJES	
3.1- Classificação das lajes retangulares	3
3.2- Cargas acidentais ou sobrecargas	4
3.3- Peso próprio da laje	
3.3.1- Vão teórico (l_t)	4
3.3.2- Altura da laje (h)	5
3.4- Peso do pavimento e revestimento das lajes	5
3.5- Peso de paredes sobre as lajes	6
3.5.1- Peso de paredes nas lajes armadas em cruz	6
3.5.2- Peso de paredes nas lajes armadas em uma direção	6
3.6- Peso do enchimento	6
3.7- Peso total das lajes (q)	7
4. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS LAJES	
4.1- Cálculo dos esforços nas lajes retangulares	7
4.1.1- Esforços nas lajes retangulares armadas em uma direção	
a) Lajes isoladas	7
b) Lajes contínuas	9
c) Lajes em balanço	9
4.1.2- Esforços nas lajes retangulares isoladas armadas em cruz	
a) Forças cortantes	10
b) Momentos fletores	10
4.2- Cálculo dos esforços nas lajes circulares	
4.2.1- Dimensões e cargas	11
4.2.2- Cálculo dos momentos fletores, forças cortantes e flechas	
a) Laje circular apoiada no contorno	11
b) Laje circular engastada no contorno	12
5. DIMENSIONAMENTO DAS LAJES	
5.1- Cálculo das armaduras de flexão (A_s)	
5.1.1- Armaduras de flexão das lajes retangulares	13
5.1.2- Armaduras de flexão das lajes circulares	14
5.2- Cálculo das armaduras de cisalhamento (A_{sw})	
5.2.1- Verificação da necessidade ou não da armadura transversal	14
5.2.2- Verificação do esmagamento das bielas de concreto comprimidas	15
5.2.3- Cálculo da armadura transversal de cisalhamento (flexão simples)	16
5.3- Cálculo da armadura de punção (A_{stp})	
5.3.1- Hipóteses	16
5.3.2- Tensão de cálculo de puncionamento (f_{pd}) ou resistência do concreto ao puncionamento	17
5.3.3- Armadura transversal de punção	17
6. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS DAS LAJES	
6.1- Disposições construtivas para as lajes em geral	18
6.2- Disposições construtivas para as lajes armadas em uma direção	19

7. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS DAS LAJES	
7.1- Detalhamento das armaduras de flexão das lajes retangulares	19
7.1.1- Armadura positiva	19
a) Lajes simplesmente apoiadas	20
b) Lajes apoiadas-engastadas	21
c) Lajes engastadas	21
7.1.2- Armadura negativa	21
a) Lajes armadas em uma direção	22
b) Lajes armadas em duas direções (em cruz)	22
b.1) Isolada	22
b.2) Contínua	22
c) Lajes em balanço	23
c.1) Laje isolada em balanço	23
c.2) Laje contínua em balanço	23
7.1.3- Armadura nos cantos das lajes retangulares livremente apoiadas nas quatro bordas.	23
7.2- Detalhamento das armaduras de cisalhamento das lajes retangulares	24
7.3- Detalhes da armação de escadas e reservatórios	25
7.3.1- Escadas	25
7.3.2- Reservatórios	26
7.4- Detalhamento das armaduras de flexão e cisalhamento das lajes circulares	26

VIGAS

1. INTRODUÇÃO	28
2. CARREGAMENTOS DAS VIGAS	
2.1- Peso próprio das vigas (p_p)	28
2.1.1- Vão teórico (l_t)	28
2.1.2- Largura das vigas (b_w)	29
2.1.3- Altura total das vigas (h)	29
2.2- Cargas transmitidas pelas lajes	29
2.2.1- Cargas de lajes maciças armadas em uma direção	30
2.2.2- Cargas de lajes maciças armadas em duas direções (em cruz)	30
2.2.3- Cargas de lajes mistas ou pré-fabricadas	31
2.3- Cargas concentradas (de vigas ou de paredes)	31
2.4- Cargas de paredes	32
2.5- Carga total nas vigas (q)	32
3. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS VIGAS	32
4. DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS	
4.1- Cálculo das armaduras de flexão - Seção retangular	33
4.1.1- Armadura simples na seção retangular (A_{s+} e A_{s-})	33
4.1.2- Armadura dupla na seção retangular (A_s e A_s')	35
4.2- Cálculo das armaduras de flexão - Seção T	
4.2.1- Definição da largura colaborante da laje (b_f)	37
4.2.2- Armadura simples na seção T (A_s)	38
4.2.3- Armadura dupla na seção T (A_s e A_s')	40
4.3- Cálculo das armaduras de cisalhamento (A_{sw}) - Seção retangular e seção T	
4.3.1- Introdução	
4.3.2- Cálculo da armadura de cisalhamento (A_{sw})	41
4.4- Cálculo das armaduras de torção - Seção qualquer	
4.4.1- Introdução	46
4.4.2- Tensões tangenciais devidas à torção para o concreto fissurado	46
4.4.3- Cálculo das armaduras de torção	47
4.4.4- Prescrições regulamentares das armaduras de torção	48

5. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS DAS VIGAS	
5.1- Disposições construtivas da armadura transversal de cisalhamento	49
5.2- Disposições construtivas da armadura longitudinal de flexão	
5.2.1- Ancoragem da armadura longitudinal de flexão	51
5.2.2- Porta-estribos	51
5.2.3- Armadura negativa mínima nos apoios extremos	51
a) Ligações entre vigas e pilares	52
b) Ligações entre vigas ou entre vigas e lajes	52
5.2.4- Armadura de pele	52
5.2.5- Emendas das barras	52
6. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS DAS VIGAS	53

PILARES

1. INTRODUÇÃO	56
2. CARREGAMENTOS DOS PILARES	
2.1- Reações das vigas nos pilares	56
2.2- Peso próprio dos pilares	
2.2.1- Dimensões mínimas	57
2.2.2- Peso próprio dos pilares (P)	58
2.3- Cargas do vento nos pilares	58
2.4- Outras cargas	58
3. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NOS PILARES	58
3.1- Índice de esbeltez, raio de giração e comprimento de flambagem	59
3.2- Valores do raio de giração (i) e do índice de esbeltez (λ)	60
4. DIMENSIONAMENTO DOS PILARES	
4.1- Classificação dos pilares	61
4.2- Cálculo da armadura longitudinal (A_s)	61
4.2.1- Pilares curtos ($\lambda \leq 40$) - PILARES INTERMEDIÁRIOS DE EDIFÍCIOS	61
4.2.2- Pilares moderadamente esbeltos ($40 < \lambda \leq 80$)	63
a) Flexão normal composta - PILARES DE EXTREMIDADE DE EDIFÍCIOS	63
a.1) Cálculo expedito quando $0,5 \leq v < 0,7$	63
a.2) Cálculo simplificado quando $v = N_d/A_c \cdot f_{cd} \geq 0,7$	66
b) Flexão normal oblíqua - PILARES DE CANTO DE EDIFÍCIOS	66
4.2.3- Pilares esbeltos ($80 < \lambda \leq 140$)	68
4.2.4- Pilares excessivamente esbeltos ($140 < \lambda \leq 200$)	68
4.3- Cálculo da armadura transversal (estribos)	68
5. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS DOS PILARES	
5.1- Disposições construtivas da armadura longitudinal	68
5.1.1- Bitola mínima das barras	68
5.1.2- Número mínimo de barras	69
5.1.3- Espaçamentos entre as barras longitudinais	69
5.1.4- Proteção contra a flambagem das barras	70
5.1.5- Emendas das barras	70
5.2- Disposições construtivas da armadura transversal	70
5.2.1- Bitola mínima dos estribos	70
5.2.2- Espaçamento dos estribos	70
5.2.3- Estribos nas extremidades dos pilares	70

5.3- Disposições construtivas gerais para os pilares	
5.3.1- Cobrimento das armaduras	71
5.3.2- Canalizações embutidas	71
6. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS DOS PILARES	71

FUNDAÇÕES

1. INTRODUÇÃO	74
2. COMPORTAMENTO DAS FUNDAÇÕES	
2.1- Capacidade de carga das fundações	75
2.2- Capacidade de carga do solo	75
2.3- Coeficiente de segurança (C.S.)	77
2.4- Recalques	
2.4.1- Danos provocados por recalques	77
2.4.2- Peculiaridades sobre recalques	77
2.4.3- Nível de aceitação dos recalques	78
2.4.4- Estimativa do valor do recalque	78
2.5- Sondagens	
2.5.1- Introdução	78
2.5.2- Número, locação e profundidade das sondagens	79
2.5.3- Relação entre SPT e σ_{adm}	
a) Para fundações rasas, ponta de estacas ou base de tubulões	80
b) Para estacas pré-moldadas cravadas	80
3. ESCOLHA DO TIPO DE FUNDAÇÕES	
3.1- Informações necessárias	81
3.2- Estimativa das cargas	81
3.2.1- Área de influência	81
3.2.2- Residência térrea	
a) Fundação rasa ou direta	82
b) Brocas manuais	82
c) Estacas	83
3.2.3- Residência com dois pavimentos	
a) Não estruturada	83
b) Residência estruturada	84
3.2.4- Edifício com 10 pavimentos (porte médio)	
a) Estaca Strauss	84
b) Estaca pré-moldada	84
c) Estaca Franki	84
d) Tubulão	84
3.3- Fator custo	85
3.4- Perfil do sub-solo	85
3.5- Características das construções vizinhas	86
3.6- Escolha do tipo de fundação	
3.6.1- Fundação rasa ou direta	86
3.6.2- Fundações profundas	86
4. FUNDAÇÕES RASAS	
4.1- Blocos de fundação em concreto simples	87
4.2- Sapatas	88
4.2.1- Centro de gravidade da sapata	88

4.2.2- Relação entre as abas das sapata	88
4.2.3- Escolha das dimensões das sapatas	
a) Pilar isolado retangular	89
b) Pilar isolado especial (seção qualquer)	89
c) Pilar de divisa (sapata carregada excentricamente – viga alavanca)	89
4.2.4- Dimensionamento e detalhamento das sapatas	93
a) Sapata corrida flexível	94
b) Sapata isolada flexível	98
c) Sapata corrida rígida	102
d) Sapata isolada rígida	105
5. FUNDAÇÕES PROFUNDAS	
5.1- Introdução	107
5.2- Tubulões	
5.2.1- Introdução	107
5.2.2- Esquema estrutural do tubulão de fuste e base circulares	108
5.3- Estacas	
5.3.1- Introdução	110
5.3.2- Locação das estacas	111
5.3.3- Capacidade de carga das estacas	111
5.3.4- Consumo de materiais e algumas características das estacas moldadas "in loco"	
a) Cota de arrasamento	112
b) Estaca-broca com $(N_e)_{adm} = 10 \text{ tf}$	112
c) Estaca tipo Strauss com $(N_e)_{adm} = 20 \text{ tf}$	113
6. BLOCOS SOBRE ESTACAS	
6.1- Introdução - dimensões e limitações	114
6.2- Bloco sobre uma estaca - pressão em áreas reduzidas ou parciais	115
6.2.1- Esmagamento da zona de contato	116
6.2.2- Absorção dos esforços de tração	
a) Esquema estático	116
b) Detalhamento das armaduras	117
6.3- Bloco sobre duas estacas	
6.3.1- Dimensões recomendadas	118
6.3.2- Cálculo dos esforços no bloco	118
6.3.3- Cálculo e detalhamento das armaduras	120
6.4- Bloco sobre três estacas	
6.4.1- Dimensões recomendadas	121
6.4.2- Cálculo dos esforços no bloco	121
6.4.3- Cálculo e detalhamento das armaduras	
a) Armadura nas direções x e y	122
b) Armadura em feixes laterais ou em camadas verticais	122
c) Armadura na direção das bielas	123
6.5- Bloco sobre n estacas	
6.5.1- Dimensões recomendadas	125
6.5.2- Cálculo dos esforços no bloco	125
6.5.3- Cálculo e detalhamento das armaduras	126

DETALHES EXECUTIVOS

1. COBRIMENTOS MÍNIMOS (c) PARA PROTEÇÃO DA ARMADURA	130
--	-----

2. GANCHOS E DOBRAS EM BARRAS E ESTRIBOS	
2.1- Prolongamento reto e raio interno mínimo de dobramento	
2.1.1- Ganchos para barras e para estribos	131
2.1.2- Barras dobradas a 45° (cavaletes)	131
2.2- Casos mais usados nos projetos	132
3. ANCORAGEM DAS ARMADURAS POR ADERÊNCIA	
3.1- Introdução	132
3.2- Zonas de boa e de má aderência	133
3.3- Comprimento de ancoragem de barras tracionadas (l_b)	
3.3.1- Ancoragem retilínea (sem gancho)	134
3.3.2- Ancoragem de feixe de barras	135
3.3.3- Ancoragem com ganchos	136
3.3.4- Ancoragem das barras dobradas a 45° (cavaletes)	136
3.4- Comprimento de ancoragem de barras comprimidas (l_b')	137
3.5- Cobertura do diagrama de momentos fletores	138
3.5.1- Cálculo da decalagem (a_l)	139
3.5.2- Ancoragem das barras	
a) Ancoragem das barras da armadura transversal	140
b) Ancoragem das barras da armadura longitudinal	140
b.1) Ancoragem nos vãos	141
b.2) Ancoragem nos apoios intermediários	142
b.3) Ancoragem nos apoios de extremidade	142
4. EMENDAS DAS BARRAS	
4.1- Introdução	144
4.2- Emendas por traspasse	
4.2.1- Comprimento de traspasse das barras tracionadas (l_t)	144
4.2.2- Comprimento de traspasse das barras comprimidas (l_t')	145
4.3- Emendas comprimidas de transição	145
5. APRESENTAÇÃO DO PROJETO	
5.1- Escalas mais usadas nos desenhos	146
5.2- Numeração e simbologia dos elementos	146
5.3- Tabela de ferros e outros dados	147

TABELAS

TABELA 1- Área da seção de armadura (A_s) e largura mínima para uma camada de barras (b_w)	150
TABELA 2- Seção de aço por metro de largura de laje	151
TABELA 3- Seção de aço - Estribos de dois ramos - Cisalhamento - Seção retangular	152
TABELA 4- Ancoragem - Número de barras da armadura longitudinal que deve chegar ao apoio	153
TABELA 5- Valores de k_s e k_c - Dimensionamento de seção retangular e seção T à flexão simples	154
TABELA 6- Valores de k_7 e k_8 para cálculo da armadura dupla de seções retangulares - Flexão simples	155
TABELA 7- Lajes retangulares armadas em cruz - Momentos fletores e reações de apoio - Instruções	156
TABELA 7-A- Lajes apoiadas nos 4 lados - Carga uniforme	157
TABELA 7-B- Lajes apoiadas nos 4 lados - Carga uniforme	158
TABELA 7-C- Lajes apoiadas nos 4 lados - Carga uniforme	159
TABELA 8- Lajes com uma borda livre - Carga uniforme	160
TABELA 9- Lajes apoiadas nos 4 lados - Carga triangular	161
TABELA 9-A- Lajes apoiadas nos 4 lados - Carga triangular	161
TABELA 9-B- Lajes apoiadas nos 4 lados - Carga triangular	162
TABELA 9-C- Lajes apoiadas nos 4 lados - Carga triangular	163

TABELA 10- Lajes com uma borda livre - Carga triangular	164
TABELA 11- Pilares esbeltos ($40 < \lambda < 140$) - Armaduras simétricas em 2 lados - Flexo-compressão	165
TABELA 12- Pilares esbeltos ($40 < \lambda < 140$) - Armaduras simétricas nos 4 lados - Flexo-compressão	165
TABELA 13- Pilares de seção circular - Flexo-compressão	167
TABELA 14- Momentos de engastamento perfeito em barras prismáticas	168
TABELA 15- Fundações - SPT, σ_{adm} e f para areias e argilas	169

ANEXOS

ANEXO 1- Cálculo da altura útil (d) de lajes e vigas	172
ANEXO 2- Cálculo e limitação das flechas em lajes e vigas	174
ANEXO 3- Carregamentos nas estruturas de concreto armado	
1- Cargas permanentes	175
2- Cargas acidentais (ou sobrecargas)	176
ANEXO 4- Exemplo de cálculo dos esforços pelo Processo de Cross	
1- Etapa hiperestática	179
1.1- Grau de deslocabilidade	179
1.2- Momentos de engastamento perfeito	179
1.3- Coeficientes de rigidez	181
1.4- Coeficientes de distribuição e de propagação	181
1.5- Compensação dos momentos fletores	182
2- Etapa isostática	183
2.1- Ação de nó sobre barra	183
2.2- Diagrama das reações de apoio	184
2.3- Diagrama de forças cortantes	185
2.4- Diagrama de momentos fletores	185
2.5- Cálculo analítico das forças cortantes e dos momentos fletores	187

BIBLIOGRAFIA

LAJES

1. INTRODUÇÃO

As lajes são elementos estruturais onde duas dimensões (comprimento e largura), predominam sobre uma terceira (espessura). Normalmente, estas placas são executadas para suportar as cargas verticais transmitidas a um plano horizontal (piso dos edifícios), como também para forrar os compartimentos.

As lajes planas e **maciças** mais comuns de residências e edifícios, têm espessuras que variam de 6 a 10cm, mas existem casos especiais em que esta espessura pode ter mais de um metro.

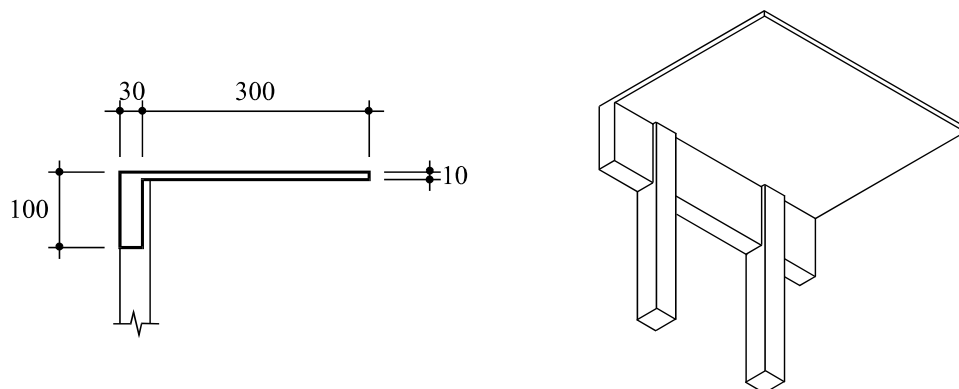
Grandes vãos podem ser atendidos com as lajes **nervuradas**, que são lajes compostas de vigas (nervuras), que mantêm entre si um espaçamento constante. Nas residências e mesmo em edifícios, é comum o uso das lajes mistas, conhecidas como lajotas ou **pré-moldadas**. Nestas, é significativa a redução que se obtém no volume de concreto, diminuindo a quantidade de seus escoramentos e aliviando o peso da estrutura suportada pelas fundações.

Nos casos correntes, as lajes descarregam nas vigas o peso das cargas acidentais ou sobrecargas, e o seu peso próprio. Quando descarrega diretamente nos pilares, recebe o nome de laje **cogumelo**. Neste livro dimensionaremos as lajes maciças, de forma retangular e circular.

2. VINCULAÇÕES DAS LAJES

Na obra, as lajes são concretadas junto com as vigas, entretanto, quase sempre os esforços (momento fletor, força cortante e reações) são calculados como se as lajes estivessem simplesmente apoiadas nessas vigas.

Esta simplificação de cálculo pode ser feita quando a viga não tem condições de rigidez que impeçam a deformação da laje carregada, tornando desprezível o engastamento laje-viga, na maioria dos casos. Devemos considerar o engastamento elástico viga-laje somente em casos especiais, como por exemplo, uma laje medindo 3,00 x 4,00m, de espessura 10cm, unida a uma viga de 1,00m de altura por 0,30m de largura, como mostra a figura abaixo.



Calculam-se também como **lajes isoladas**, aquelas que têm trechos contíguos de espessuras muito diferentes, ou que são rebaixadas (casos de banheiros e terraços), que nesses casos são consideradas apoiadas ou engastadas em seus contornos.

Calculam-se como **lajes contínuas** ou **conjugadas**, aquelas que tem espessura constante e trechos contíguos que se inter-engastam sobre as vigas que constituem seus apoios intermediários, e que têm apoios simples nas suas extremidades livres.. É também comum o cálculo aproximado, considerando cada trecho da laje contínua como se fosse uma laje isolada que mantém suas vinculações primitivas. Desta maneira o cálculo torna-se muito menos trabalhoso, não se cometem erros importantes e caímos no caso descrito no parágrafo anterior.

As **lajes pré-moldadas** que geralmente são armadas em uma única direção, devem ser apoiadas diretamente nas vigas principais. De qualquer maneira, estas vigas acabarão recebendo toda a carga, mas pelo menos aliviaremos as vigas secundárias, que normalmente não contam com boas condições de apoio e ancoragens de suas armaduras, não causando assim torção nas vigas principais.

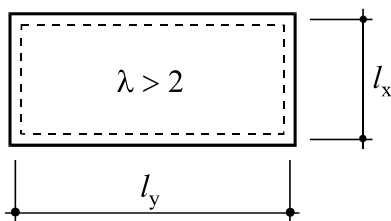
3. CARREGAMENTOS DAS LAJES (q)

As lajes estão sujeitas às seguintes cargas: acidentais - também conhecidas por sobrecargas -, peso próprio, peso do pavimento e revestimento, peso de paredes e peso do enchimento (quando forem rebaixadas).

3.1- Classificação das lajes retangulares

Levando em conta a sua geometria (comprimento e largura), as lajes retangulares são classificadas em dois tipos. Chamando de

$$\lambda = \frac{\text{vão maior}}{\text{vão menor}}, \text{ temos}$$

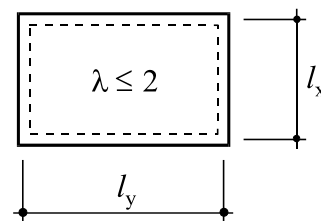


$$l_y > 2 \cdot l_x$$

- Lajes armadas em uma direção, quando uma dimensão é maior do que o dobro da outra ($\lambda > 2$).

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

$$l_y > l_x$$



$$l_y \leq 2 \cdot l_x$$

- Lajes armadas em cruz, quando uma dimensão não ultrapassa o dobro da outra ($\lambda \leq 2$).

3.2- Cargas acidentais ou sobrecargas

Estas cargas são constituídas pelo peso dos objetos sobre um piso. Como a posição destes objetos é geralmente variável e indeterminada, substitui-se seus pesos por uma sobrecarga superficial uniforme, exceto em alguns casos específicos.

Os valores destas sobrecargas encontram-se no ANEXO 3.

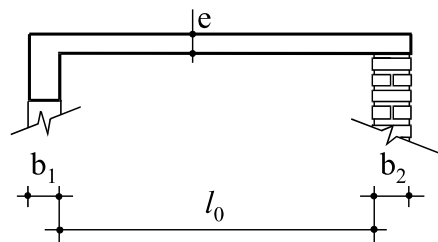
3.3- Peso próprio da laje (p)

Para calcularmos o peso próprio da laje, devemos antes estabelecer as suas dimensões, que são o comprimento e a largura, chamados de **vãos**, e a sua espessura, chamada de **altura**.

3.3.1- Vão teórico (l_t)

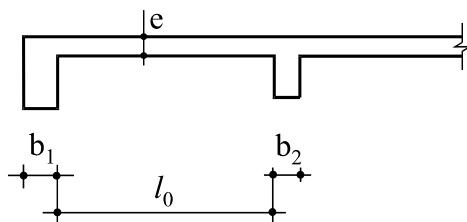
O vão teórico pode ser considerado como a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário tomar valores maiores que os indicados nas expressões abaixo:

a) em laje isolada: o vão livre acrescido da espessura da laje no meio do vão;

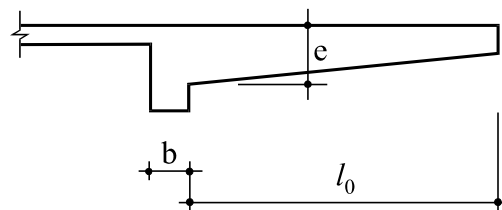


$$l_t = l_0 + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2} \leq l_0 + e$$

b) em laje contínua, vão extremo: o vão livre acrescido da semi-largura do apoio interno e da semi-espessura da laje no meio do vão;



$$l_t = l_0 + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2} \leq l_0 + \frac{b_2}{2} + \frac{e}{2}$$



$$l_t = l_0 + \frac{b}{2} \leq l_0 + \frac{e}{2}$$

c) nas lajes em balanço, o vão teórico é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, como vemos à direita da figura acima.

3.3.2- Altura da laje (h)

A altura da laje é estabelecida obedecendo razões construtivas, arquitetônicas, estéticas ou estruturais. Sabe-se que lajes com pequenas espessuras necessitam de fortes armaduras, podendo ser anti-econômicas e as vezes apresentam problemas de deformações excessivas.

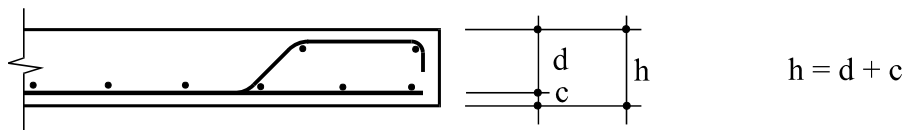
A Norma NBR-6118 limita as flechas nas estruturas com vigas e lajes maciças. Isto facilita a fixação do valor da altura (h) da laje, já que podemos dispensar o cálculo das flechas se a altura útil (d) for calculada conforme o ANEXO 1.

Quando houver necessidade de se calcular o valor das flechas, podemos usar o ANEXO 2, assimilando a laje a uma viga com largura de 1,00 m.

Para efeito de cálculo e quando já se fixou o valor da altura (h) da laje, o valor da altura útil (d) pode ser o da tabela abaixo, além de se obedecer os valores mínimos para o cobrimento (c), dados no item 1 do capítulo Detalhes Executivos.

para h (cm) entre	d (cm)
5 e 9 cm	$h - 2,0$
10 e 12 cm	$h - 2,5$
13 e 25 cm	$h - 3,0$

Podemos agora calcular a altura total da laje (h), que será igual à soma da altura útil com o cobrimento:



Note que c vai do CG da armadura à face inferior da laje. A NBR-6118 estabelece que a espessura (h) das lajes não deve ser menor que:

- 5 cm em lajes de fôrro não em balanço;
- 7 cm em lajes de piso e lajes em balanço;
- 12 cm em lajes destinadas à passagem de veículos.

Finalmente, admitindo o peso específico para o concreto armado (γ_{ca}) igual a $2,5 \text{ tf/m}^3$, calcule-se o peso próprio da laje (p) por:

$$p = 2,5 \cdot h \quad (\text{em } \text{tf/m}^2, \text{ com } h \text{ em metros})$$

3.4- Peso do pavimento e revestimento das lajes

De acordo com os carregamentos do ANEXO 3, podemos resumir:

- para laje fôrro (só revestimento inferior)..... 0,02 tf/m²
- para laje piso (pavimento e revestimento)..... 0,05 tf/m²

3.5- Peso de paredes sobre as lajes

As cargas devido às paredes que se apoiam diretamente na laje, incluindo a argamassa de assentamento e o revestimento são encontradas no ANEXO 3.

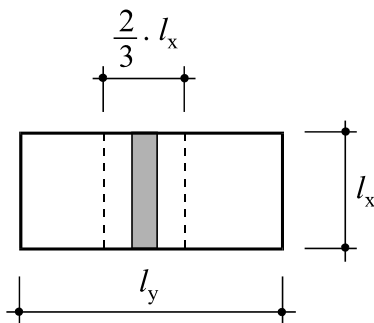
3.5.1- Peso de paredes nas lajes armadas em cruz

$$p = \frac{\text{peso total das paredes}}{\text{área total da laje}} \quad (\text{em tf/m}^2)$$

A carga das paredes é distribuída em toda a superfície da laje. Não se deduz a parte vazia ocupada pelas esquadrias, como se faz no caso de vigas.

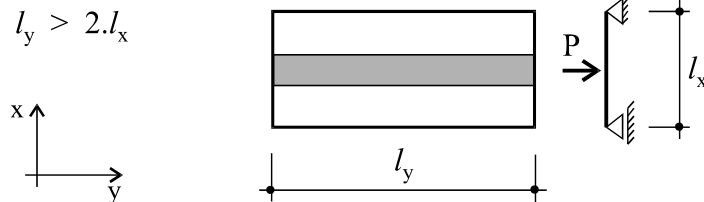
3.5.2- Peso de paredes nas lajes armadas em uma direção. Temos dois casos:

a) Parede na direção paralela à armadura principal: distribui-se seu peso numa faixa de largura $\frac{2}{3}$ do vão menor:



$$p = \frac{\text{peso da parede}}{\frac{2}{3} \cdot l_x} \quad (\text{em tf/m})$$

b) Parede na direção normal à armadura principal: considera-se como carga concentrada apoiada em duas vigas paralelas à parede considerada:



$$p = \text{peso da parede por metro} \quad (\text{em tf/m})$$

3.6- Peso do enchimento

De acordo com o material usado, tiramos o valor das cargas do ANEXO 4. Quanto à espessura dos **rebaixos**, podemos considerar:

- banheiros: de 25 a 30 cm
- copas e cozinhas: dispensável
- varandas: 5 cm

3.7- Peso total das lajes (q)

O peso total usado no cálculo dos esforços, é igual à soma dos pesos considerados nos itens de 3.2 a 3.6, em tf/m^2 . Então:

$$q = \text{SOBRECARGA} + \text{PESO PRÓPRIO} + \text{PAV. E REV.} + \text{PAREDES} + \text{ENCHIMENTO}$$

4. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS LAJES

Consiste na determinação dos momentos fletores no meio do vão (M) e nos apoios (X), das forças cortantes (V) e os esforços de punção (f_{pd}).

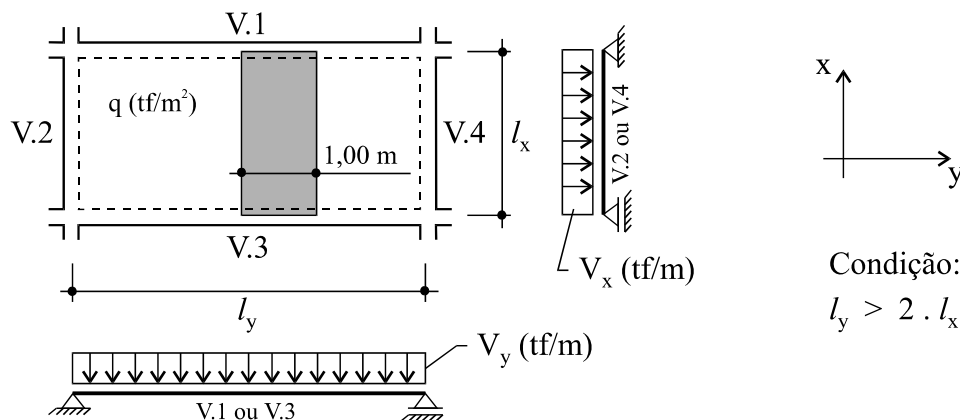
4.1- Cálculo dos esforços nas lajes retangulares

Nas lajes retangulares, os momentos fletores e as forças cortantes são determinadas de maneira diferenciada, caso se trate de lajes armadas em uma direção, lajes armadas em cruz, isoladas ou contínuas.

4.1.1- Esforços nas lajes retangulares armadas em uma direção

Calculamos estes esforços como se a laje fosse formada por um conjunto de vigas simples, paralelas e justapostas, de largura 1,00 metro, supostas apoiadas na direção das armaduras das lajes, e carregadas com a mesma carga (q) do item 3.7, só que agora em tf/m .

a) Lajes isoladas armadas em uma direção



Supõe-se que a carga total da laje q (em tf/m^2) seja transferida e distribuída nas vigas de apoio V.1 e V.3. Pelo princípio da ação e reação, estas cargas distribuídas V_x e V_y que agem nas vigas, são as mesmas reações de apoio que agem na laje, ou as forças cortantes que agem nas extremidades da laje, ou ainda conhecidas como os **quinhões de carga** da laje que descarregam nas vigas de apoio. O valor desta carga é

$$V_y = q \cdot \frac{l_x \cdot l_y}{2 \cdot l_y} \Rightarrow V_y = \frac{q}{2} \cdot l_x \quad (\text{em tf/m})$$

Teoricamente nenhuma carga é transferida às vigas **V.2** e **V.4**. Na prática, costuma-se considerar uma carga residual nos apoios do vão menor l_x , com o valor de

$$V_x = \frac{q}{8} \cdot l_y \quad (\text{em tf/m})$$

Nestes casos não se pode utilizar as **Tabelas de Montoya**, porque elas se aplicam somente às lajes armadas em cruz. Os momentos fletores e as forças cortantes são calculados por fórmulas diretas, onde

q = carga uniformemente distribuída na superfície da laje (tf/m²)

l = vão menor (m)

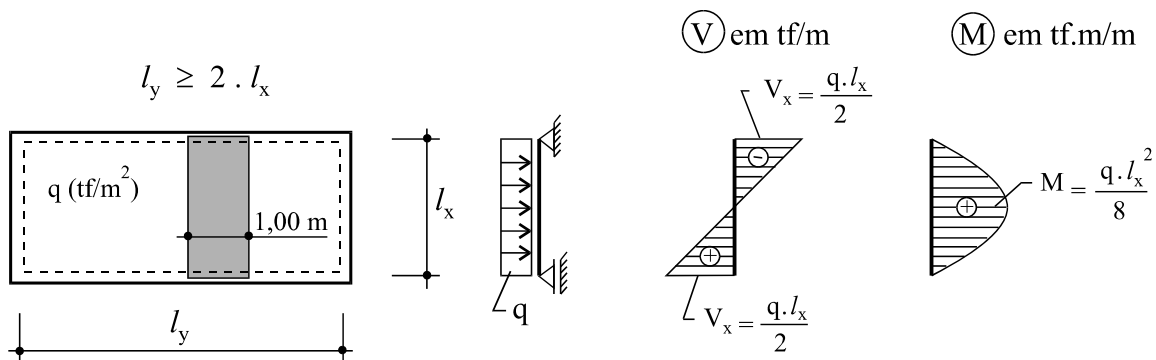
V = força cortante nos apoios (tf/m)

M = momento positivo no meio do vão menor (tf.m/m)

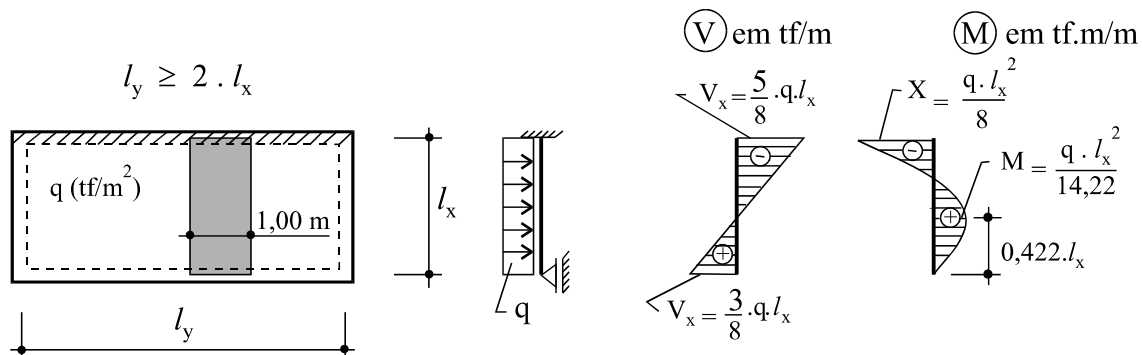
X = momento negativo no engaste (tf.m/m)

Os esforços nas lajes isoladas (V , M e X) são dados a seguir, conforme o tipo de apoio da laje:

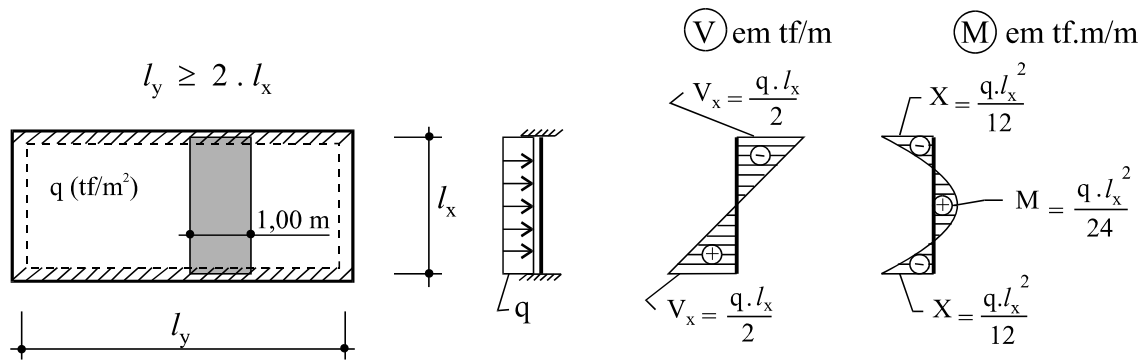
a.1) Apoio simples



a.2) Engaste de um lado



a.3) Bi-engastada

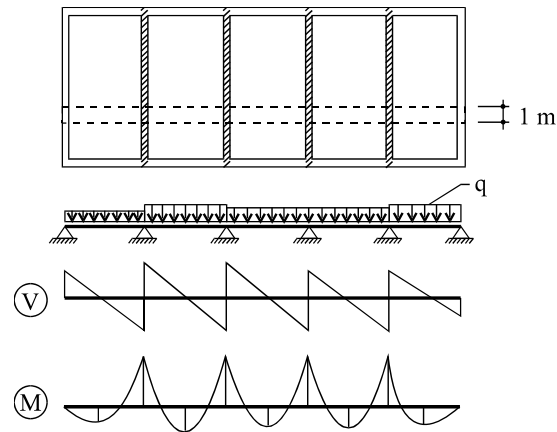


b) Lajes contínuas armadas em uma direção

Toma-se uma faixa de largura 1,00 metro e calcula-se como se fosse uma viga contínua com $b_w = 1,00$ m.

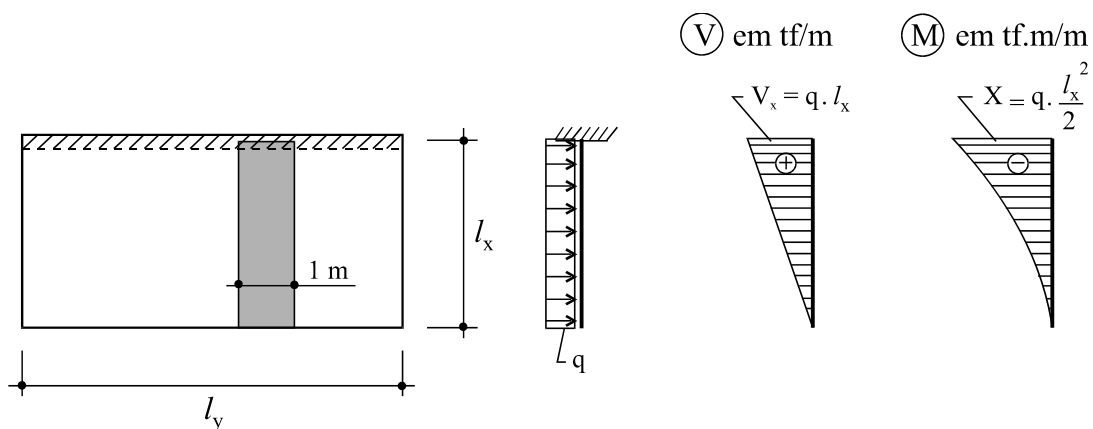
Para se determinar os valores das forças cortantes e dos momentos fletores, pode-se usar processos aproximados como o dos **Esforços** ou o de **Cross**, quando a diferença entre os vãos das lajes não ultrapassa 20% do maior.

Veja exemplo de cálculo pelo Processo de Cross no ANEXO 4.



c) Lajes em balanço armadas em uma direção

Os diagramas de momentos e de forças cortantes são idênticos aos das vigas simples, que já vimos anteriormente. É o caso de marquises, grandes beirais, sacadas, balcões, etc.



4.1.2- Esforços nas lajes retangulares isoladas armadas em cruz - *Processo de Montoya*

Por este processo aproximado pode-se calcular tanto as lajes isoladas como as lajes contínuas. Aplica-se a reservatórios, silos, caixas d'água, placas de contenção de terra, etc.

Na determinação do esforço cortante e do momento fletor, considera-se cada painel como se fosse uma laje isolada, mantendo suas vinculações primitivas. Para assimilar uma laje contínua de edifícios à uma laje isolada, substituímos seus apoios internos por engastes teoricamente perfeitos, e os apoios externos por apoios simples.

a) Forças cortantes nas lajes armadas em cruz

Nos apoios destas lajes isoladas, as forças cortantes máximas coincidem com as reações de apoio e também são conhecidas como os *quinhões de carga* da laje que solicitam as vigas.

De acordo com o carregamento e o tipo de vinculação que se considera nas bordas da laje, caímos em um dos diversos casos apresentados nas TABELAS de 7 a 10, de onde tiramos os valores das reações nos lados (R_x , R_x' , R_y e R_y').

Ao usar estas TABELAS, observe que:

- l_x e l_y são as dimensões dos vãos teóricos nas direções x e y, respectivamente (em metros).
- q = carga total que atua na laje (do item 3.7, em tf/m^2).
- $V_x = R_x$ e $V_x' = R_x'$ são os esforços cortantes distribuídos nos lados de medida l_x (em tf/m).

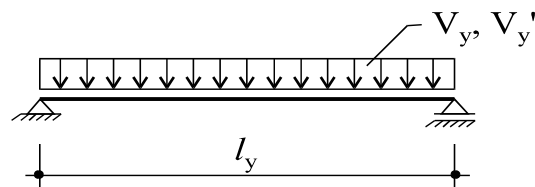
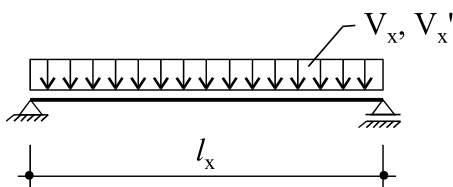
$$R_x = k_x \cdot q \cdot l_y$$

$$R_x' = k_x' \cdot q \cdot l_y$$

- $V_y = R_y$ e $V_y' = R_y'$ são os esforços cortantes distribuídos nos lados de medida l_y (em tf/m).

$$R_y = k_y \cdot q \cdot l_x$$

$$R_y' = k_y' \cdot q \cdot l_x$$



b) Momentos fletores nas lajes armadas em cruz

Define-se:

- M_x, M_y = momentos fletores positivos no meio dos vãos das direções x e y (em tf.m/m).
- X_x, X_y = momentos fletores negativos nos engastamentos (apoios) nas direções x e y (em tf.m/m).
- q = carga total que atua na laje (do item 3.7, em tf/m^2).

Modo de se usar as ***Tabelas de Montoya*** por nós adaptadas, para as lajes retangulares:

- A. Com as considerações de hipóteses de apoios das lajes, verifica-se em qual dos casos nos encontramos;
- B. Observando em cada TABELA qual o valor que l deve assumir, calculamos o valor da relação $\lambda = l_y/l_x$, entramos nas TABELAS de 7 a 10 e tiramos o valor dos momentos unitários m_x, m_y, x_x e x_y ;
- C. Em seguida calculamos os momentos fletores positivos M e negativos X (em tf.cm/m), com q em tf/m², l em metros e o fator **100** significa que é para um metro de largura de laje:

$$M_x = 100 \cdot \frac{q \cdot l^2}{m_x} \qquad M_y = 100 \cdot \frac{q \cdot l^2}{m_y}$$

$$X_x = 100 \cdot \frac{q \cdot l^2}{x_x} \qquad X_y = 100 \cdot \frac{q \cdot l^2}{x_y}$$

4.2- Cálculo dos esforços nas lajes circulares

A determinação das forças cortantes e dos momentos fletores é feita de maneira análoga às lajes retangulares, com os esquemas estáticos dados nas figuras a seguir.

4.2.1- Dimensões e cargas

l = vão teórico
 q = carga total uniformemente distribuída
 h = espessura total da laje

4.2.2- Cálculo dos momentos fletores, forças cortantes e flechas

a) Laje circular apoiada no contorno

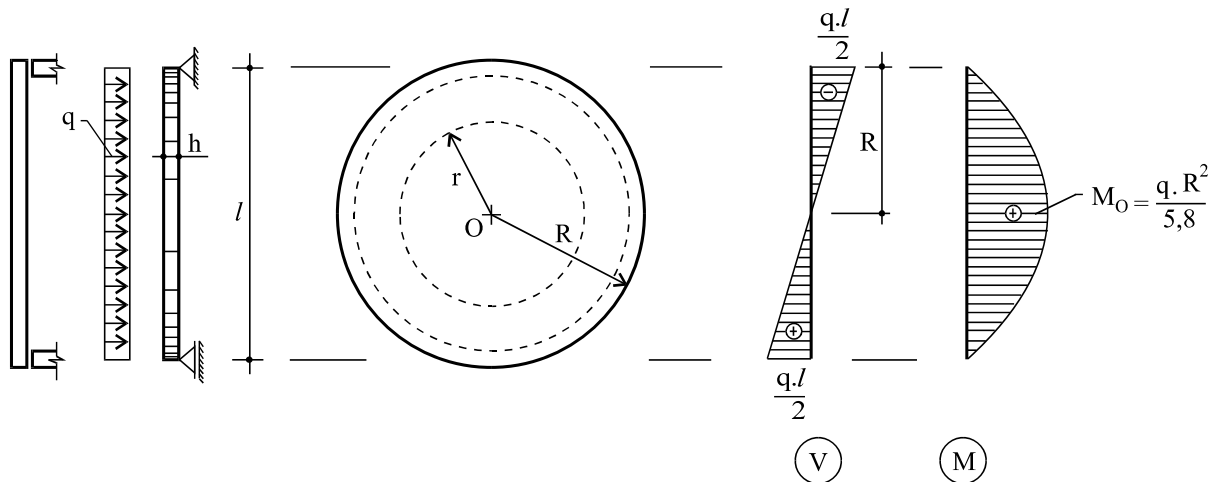
a.1) Força cortante: ver diagrama na figura abaixo

a.2) Momento fletor em um ponto distante r do centro: $M_r = \frac{q}{64} \cdot (11 \cdot R^2 - 12 \cdot r^2)$

a.3) Flecha máxima no centro da laje: $f_{\max} = 0,672 \cdot \frac{q \cdot R^4}{E \cdot h^3}$ (E do Anexo 2)

a.4) Cálculo das armaduras: vide item 5.1.2

a.5) Detalhamento das armaduras: vide item 7.3



b) Laje circular engastada no contorno

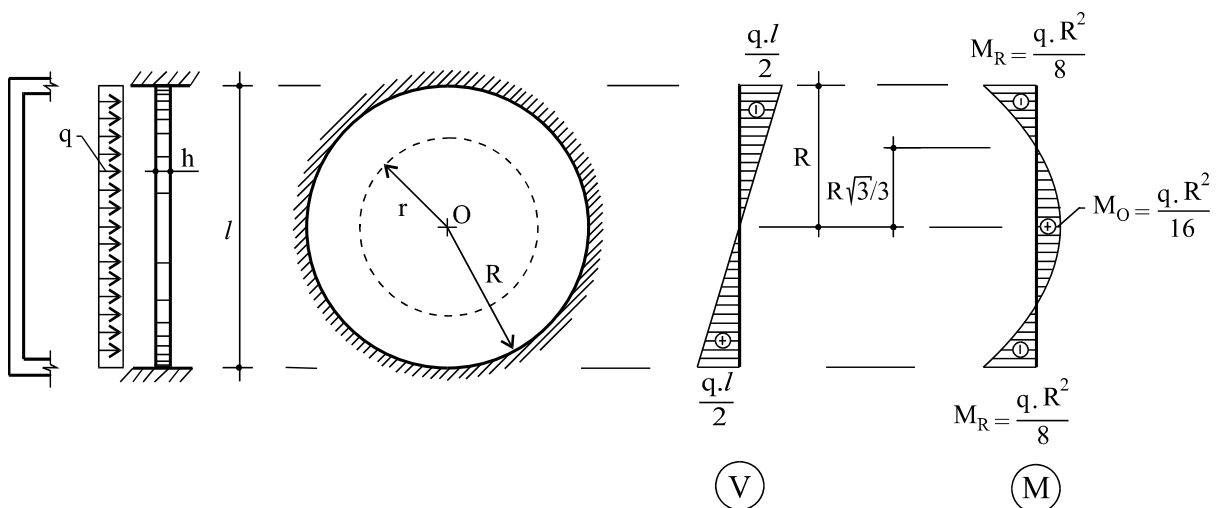
b.1) Força cortante: ver diagrama na figura abaixo

b.2) Momento fletor em um ponto distante r do centro: $M_r = \frac{q}{16} \cdot (R^2 - 3 \cdot r^2)$

b.3) Flecha máxima no centro: $f_{\max} = 0,144 \cdot \frac{q \cdot R^4}{E \cdot h^3}$ (E do Anexo 2)

b.4) Cálculo das armaduras: vide item 5.1.2

b.5) Detalhamento das armaduras: vide item 5.5.3



5. DIMENSIONAMENTO DAS LAJES

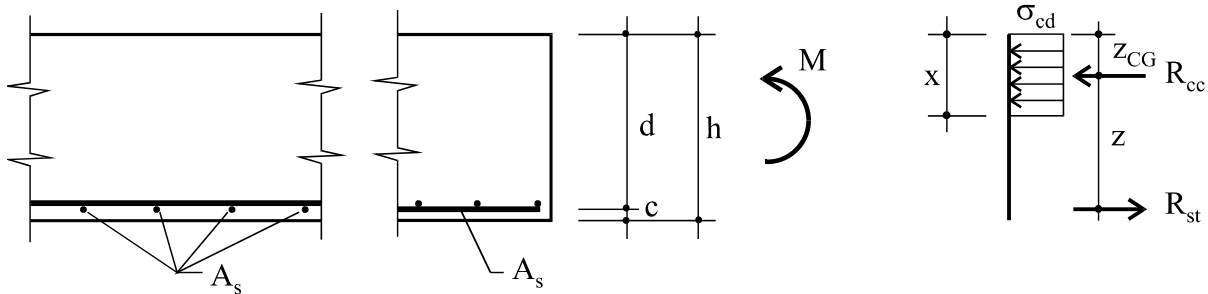
Consiste na determinação das armaduras longitudinais de flexão, das armaduras transversais de cisalhamento, verificação da punção, ancoragem e detalhamento das armaduras.

5.1- Cálculo das armaduras de flexão (A_s)

5.1.1- Armaduras de flexão das lajes retangulares

Conhecidos os momentos fletores no meio do vão (M_x, M_y) e nos apoios (X_x, X_y), e admitida uma espessura (d, h), as armaduras são calculadas como se as lajes se comportassem como vigas de um metro de largura.

Resolvendo as equações de equilíbrio aplicadas à seção transversal (flexão normal simples), colocamos o momento fletor e a área da armadura de tração em função dos coeficientes k_c e k_s , que já levam em conta os devidos coeficientes de segurança (vide final da TABELA 5) :



$$M = \frac{b \cdot d^2}{k_c} \quad \Rightarrow \quad k_c = \frac{b \cdot d^2}{M}$$

onde:

$b = 100$ cm (o cálculo é feito por metro de laje);

$d =$ distância da borda mais comprimida ao centro de gravidade (CG) da armadura (cm).

M (ou X) são os valores calculados pelas Tabelas de Montoya (lajes armadas em cruz), ou são os momentos nas lajes armadas em uma direção (em tf.cm/m).

Conhecido k_c , adotamos o f_{ck} do concreto e tipo do aço, e pela TABELA 5, na mesma linha, encontramos o valor correspondente de k_s .

A seção transversal total da armadura longitudinal de tração, chamada de positiva (tração embaixo) no meio do vão e de negativa (tração encima) nos apoios, por metro de largura de laje é calculada por:

$$A_{s+} = k_s \cdot \frac{M}{d} \quad \text{ou} \quad A_{s-} = k_s \cdot \frac{X}{d} \quad (\text{em cm}^2/\text{m})$$

Estes valores de A_s devem superar o valor mínimo prescrito pela NBR-6118:

$$\begin{aligned}(A_s)_{\min} &= 0,25.h \text{ (em cm}^2\text{/m)} \text{ para os aços CA-25} \\ (A_s)_{\min} &= 0,15.h \text{ (em cm}^2\text{/m)} \text{ para os aços CA-50,60.}\end{aligned}$$

Com o valor de A_s em $\text{cm}^2\text{/m}$, e adotado o diâmetro (ou bitola) das barras da armadura principal, pela TABELA 2 tiramos o espaçamento destas barras, observando as disposições construtivas antes de detalhar as armaduras.

5.1.2- Armaduras de flexão das lajes circulares

a) Laje circular apoiada no contorno - ver item 4.2.2.a

a.1) Armadura positiva de tração no centro:

$$A_{s+} = k_s \cdot \frac{M_o}{d} \geq (A_s)_{\min}$$

a.2) Armadura negativa de tração nas bordas:

$$A_{s-} = (A_s)_{\min}$$

b) Laje circular engastada no contorno - ver item 4.2.2.b

b.1) Armadura positiva de tração no centro:

$$A_{s+} = k_s \cdot \frac{M_o}{d} \geq (A_s)_{\min}$$

b.2) Armadura negativa de tração nas bordas:

$$A_{s-} = k_s \cdot \frac{M_R}{d} \geq (A_s)_{\min}$$

Para os itens a) e b) acima, k_s e $(A_s)_{\min}$ têm os mesmos significados do item 5.1.1 anterior.

5.2- Cálculo das armaduras de cisalhamento (A_{sw})

É raro o uso de armaduras de cisalhamento em lajes de edifícios, e é melhor evitá-las por questão de economia de mão de obra. Então primeiro verificamos se ela é necessária ou não, utilizando os valores das forças cortantes V_x e V_y calculadas no item 4.

5.2.1- Verificação da necessidade ou não da armadura transversal

a) Tensão convencional de cisalhamento no concreto

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} \quad (V_d \text{ em kgf/m, } \tau_{wd} \text{ em kgf/cm}^2 \cdot \text{m})$$

Nas lajes toma-se $V_d = 1,4.V$ em cada direção e como $b_w = 100 \text{ cm}$, temos

$$\tau_{wdx} = \frac{1,4 \cdot V_x}{100 \cdot d} \quad (\text{em kgf/cm}^2 \cdot \text{m}) \quad \text{e} \quad \tau_{wdy} = \frac{1,4 \cdot V_y}{100 \cdot d} \quad (\text{em kgf/cm}^2 \cdot \text{m})$$

Pode-se dispensar o uso da armadura transversal se $\tau_{wd} \leq \tau_{wu1}$ e pelo menos metade da armadura longitudinal máxima de tração no vão é prolongada, sem dobrar, até os apoios e aí corretamente ancorada. Neste caso, toma-se $a_l = 1,5 \cdot d$, onde a_l é o valor da decalagem do diagrama dos momentos fletores, e d é altura útil da laje.

b) Tensão de referência

$$\tau_{wu1} = 3,19 \cdot \psi_4 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{em kgf/cm}^2 \cdot \text{m})$$

$$\text{onde} \quad \left| \begin{array}{ll} \psi_4 = 0,60 \cdot \sqrt[4]{\rho_1} & \text{para } h \leq 15 \text{ cm} \\ \psi_4 = (0,65 - 0,0033 \cdot h) \cdot \sqrt[4]{\rho_1} & \text{para } 15 \text{ cm} < h < 60 \text{ cm} \\ \psi_4 = 0,45 \cdot \sqrt[4]{\rho_1} & \text{para } h \geq 60 \text{ cm} \end{array} \right.$$

e ρ_l é calculado por:

$$\rho_l = \frac{A_s}{100 \cdot d} \quad \left| \begin{array}{l} \rho_l \text{ é a menor taxa da armadura longitudinal de tração no trecho de comprimento } 2 \cdot h \text{ a partir da face do apoio, e } 0,001 < \rho_l < 0,015 ; \\ (A_s \text{ em cm}^2/\text{m}) \end{array} \right.$$

Quando houver preponderância de cisalhamento devido a cargas lineares paralelas ao apoio (caso de paredes de alvenaria apoiadas diretamente na laje), esses valores de ψ_4 são reduzidos à metade.

5.2.2- Verificação do esmagamento das bielas de concreto comprimidas

Para que não ocorra o esmagamento das bielas de concreto, devemos ter

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{100 \cdot d} \leq \tau_{wu} \quad , \quad \text{onde}$$

$$\left| \begin{array}{ll} \tau_{wu} = \beta \cdot 0,30 \cdot f_{cd} \leq 56 \text{ kgf/cm}^2 & \text{se toda a armadura transversal for inclinada a } 45^\circ \text{ com o eixo da peça;} \\ \tau_{wu} = \beta \cdot 0,25 \cdot f_{cd} \leq 46 \text{ kgf/cm}^2 & \text{nos outros casos,} \end{array} \right.$$

$$\text{e } \beta = \left| \begin{array}{ll} 0,5 & \text{se } h \leq 15 \text{ cm} \\ \frac{1}{3} + \frac{h}{90} & \text{se } 15 < h < 60 \text{ cm} \\ 1,0 & \text{se } h \geq 60 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Se ocorrer que $\tau_{wd} > \tau_{wu}$, devemos aumentar a altura útil d .

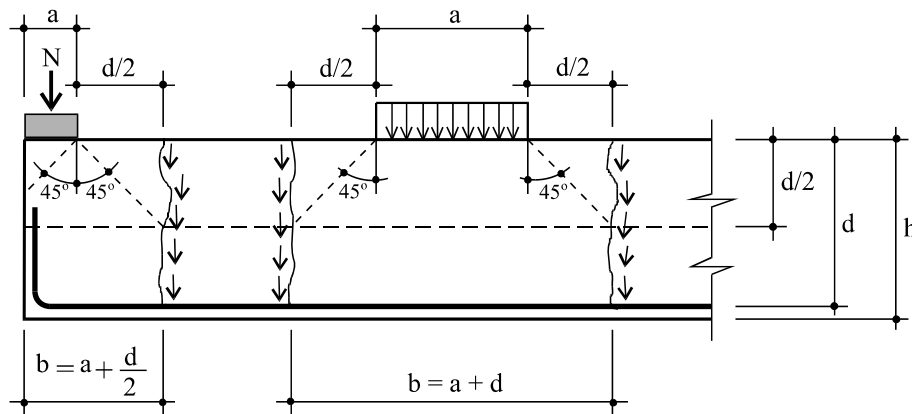
5.2.3- Cálculo da armadura transversal de cisalhamento A_{sw} (flexão simples) nas lajes

Nos raros casos em que houver necessidade da armadura transversal em lajes, o cálculo deve ser feito com a tensão resultante de cisalhamento τ_d . Para não nos tornarmos repetitivos, a partir deste ponto continuamos nossos cálculos da mesma maneira que no capítulo Vigas, item 4.3.2.D, lembrando que podemos assimilar o cálculo das lajes ao das vigas, com largura $b_w = 100 \text{ cm}$. Vide detalhamento no item 7.2.

5.3- Cálculo da armadura de punção

5.3.1- Hipóteses

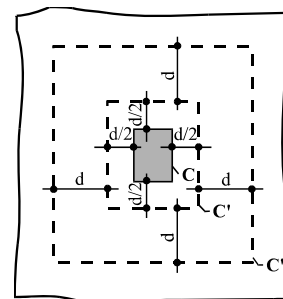
Em estruturas laminares, admite-se que a seção de ruptura onde se deve comprovar o esforço cortante por efeito de punção, é vertical e situada a uma distância $d/2$ do ponto de contato do suporte com a carga. É o caso das **lajes cogumelos**.



Supõe-se que a carga produza tensão tangencial uniformemente distribuída na área $u.d$, onde:

- d = altura útil da laje ao longo do contorno C da área de aplicação da carga

- u = perímetro do contorno C' , distante $d/2$ do contorno C



5.3.2- Tensão de cálculo de punçãoamento (f_{pd}) ou resistência do concreto ao punçãoamento

Esta tensão, determinada com a carga de cálculo, não poderá ultrapassar o valor último τ_{wud} , mesmo quando for colocada armadura:

$$f_{pd} = \frac{N_d}{u \cdot d} \leq \tau_{wud} = 2,01 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad \text{com } \tau_{wud}, f_{ck} \text{ em kgf/cm}^2 \text{ e } \gamma_c=1,4$$

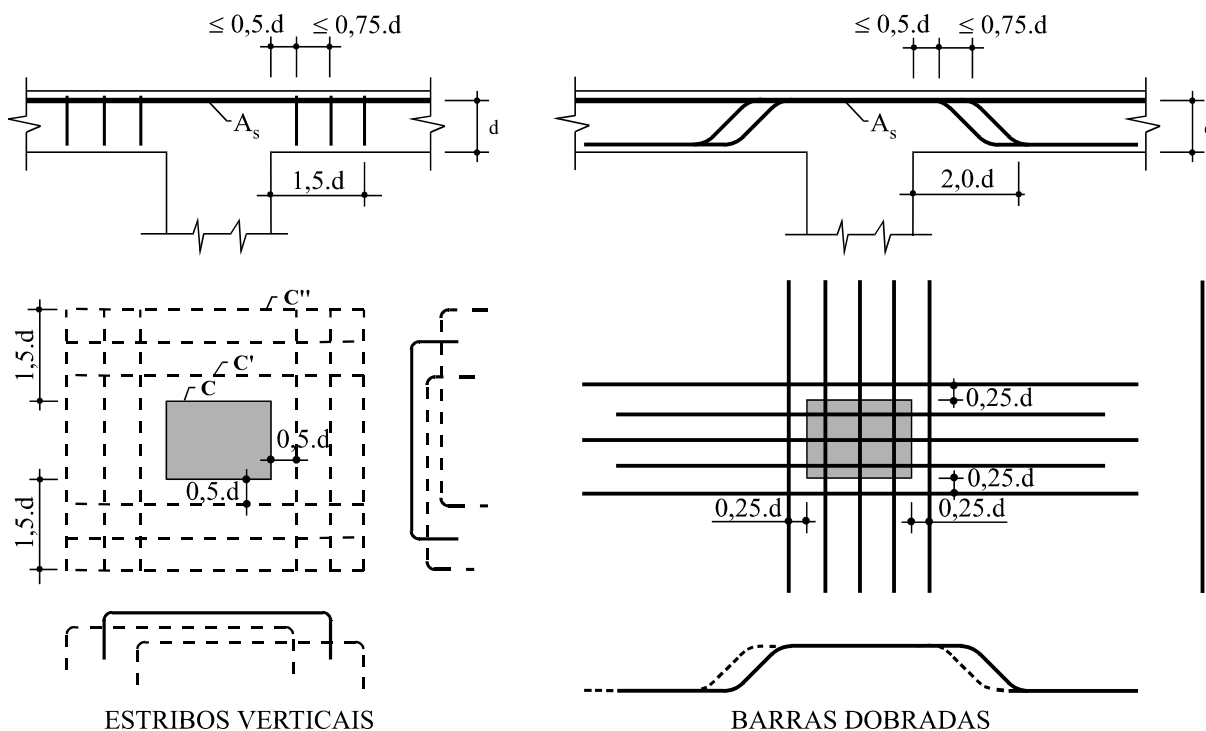
5.3.3- Armadura transversal de punção (A_{stp})

Sempre que possível, é melhor evitar a colocação desta armadura, aumentando-se a altura útil da laje, aumentando-se as dimensões dos suportes (pilares) ou melhorando a qualidade do concreto.

A armadura transversal de punção deve ser colocada se $0,5 \cdot \tau_{wud} < f_{pd} < \tau_{wud}$ e para resistir à força $0,75 \cdot N_d$, e dispensada em caso contrário. Calcula-se então o seu valor total pela expressão $A_{stp} = 0,75 \cdot N_d / f_{yd}$.

É calculada para uma tensão no aço limitada ao valor $f_{yd} \leq 3000 \text{ kgf/cm}^2$, e colocada na faixa entre os contornos C' e C'' , conforme a figura abaixo.

Além da armadura calculada para flexão (A_s), a armadura transversal para combater a punção na laje pode ser disposta de duas maneiras: através de estribos verticais ao redor do pilar e nas duas direções, ou de barras dobradas sobre a projeção do pilar e nas duas direções, como vemos na figura abaixo. Note que a laje se apoia diretamente sobre o pilar, que funciona como o punçador.

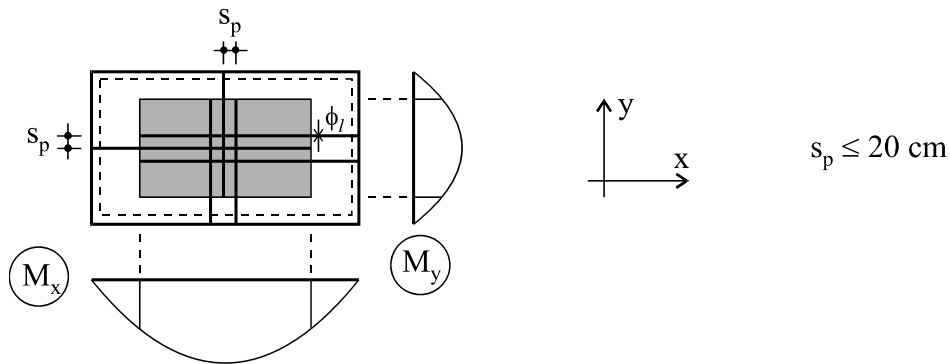


6. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS DAS LAJES

6.1- Disposições construtivas das lajes em geral

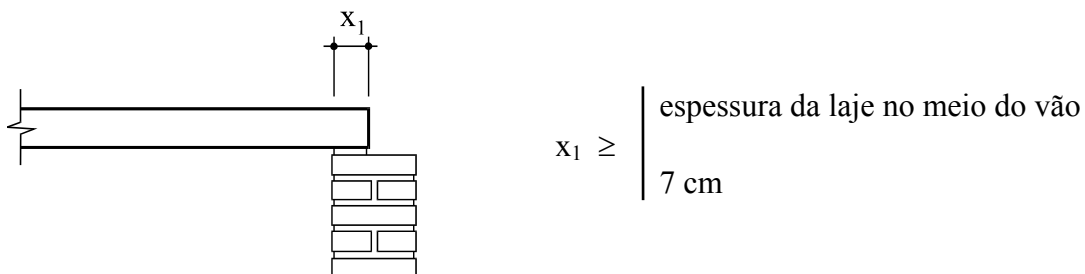
6.1.1- Espessura mínima como já vimos no item 3.3.2.

6.1.2- Espaçamento das barras da armadura longitudinal principal (A_{sp}): na região dos maiores momentos nos vãos das lajes (região hachureada da figura abaixo), o espaçamento dessas barras não deve ser maior que **20 cm**.



6.1.3- O diâmetro das barras da armadura longitudinal não deve ultrapassar $1/10$ da espessura da laje ($\phi_l \leq h/10$).

6.1.4- Extensão dos apoios extremos

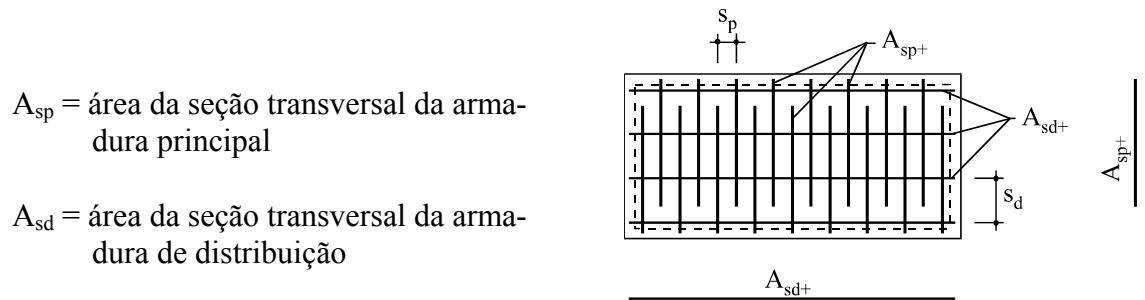


6.1.5- Cobrimento das armaduras: como já vimos no item 3.3.2 e no item 1 do capítulo Detalhes Executivos.

6.1.6- A armadura transversal de cisalhamento das lajes pode ser constituída somente de barras dobradas ou somente de estribos. A Norma NBR-6118 limita o valor da tensão nesta armadura:

- somente estribos verticais \Rightarrow tensão na armadura transversal $\leq \begin{cases} f_{yd} \\ 435 \text{ MPa} \end{cases}$
- com barras dobradas \Rightarrow tensão na armadura transversal $\leq \begin{cases} 0,7 \cdot f_{yd} \\ 435 \text{ MPa} \end{cases}$

6.2- Disposições construtivas para as lajes armadas em uma direção



6.2.1- Espaçamento das barras da armadura principal A_{sp} : $s_p \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2.h \end{cases}$

6.2.2- A armadura de distribuição A_{sd} por metro de largura da laje tem as seguintes particularidades, quanto à área e quanto ao espaçamento:

$$A_{sd} \geq \begin{cases} A_{sp}/5 \\ 0,9 \text{ cm}^2 \\ \text{mínimo de 3 barras por metro} \end{cases} \quad s_d \leq 33 \text{ cm}$$

7. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS DAS LAJES

7.1- Detalhamento das armaduras de flexão das lajes retangulares

Pelo fato de raramente haver armadura de cisalhamento nas lajes de edifícios, podemos dispensar a decalagem do diagrama de momentos fletores para o detalhamento das armaduras longitudinais, e passamos a aplicar algumas regras práticas comuns à maioria das lajes correntes de edifícios.

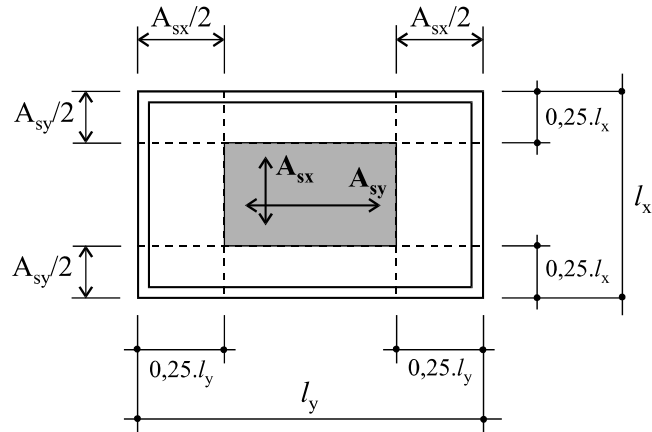
Este método baseia-se na experiência e também na forma do diagrama de momentos fletores, conforme a vinculação das bordas da laje.

7.1.1- Armadura positiva

Sem levar em conta a ancoragem e as vinculações das bordas, a figura abaixo define, de um modo geral, as diversas zonas para a armação da laje.

$A_{sx}/2$ e $A_{sy}/2$ significam que nesses intervalos o valor da seção de armadura é a metade da armadura da região central hachureada, ou que nesses intervalos seu espaçamento é o dobro.

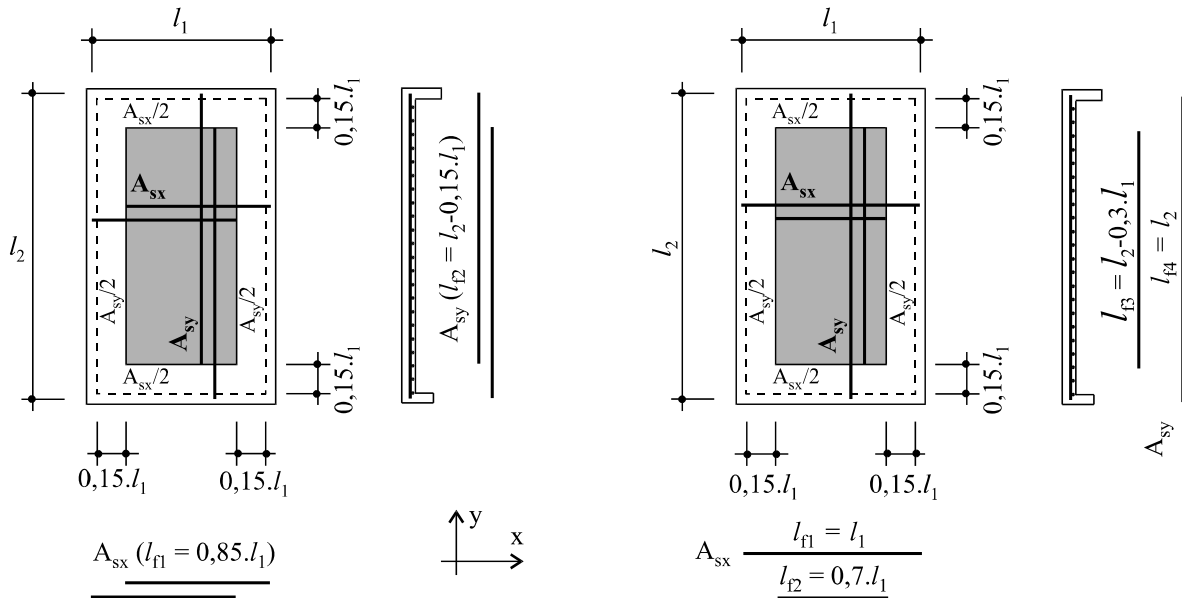
A Norma NBR-6118 item 4.1.1.2 estabelece que para lajes sem armadura transversal calculada, a armadura longitudinal de flexão deve ser ancorada, levando-se em conta uma decalagem no diagrama de momentos fletores de $a_l = 1,5.d$. (Ver item 5.2.1a). Considerando este fato e analisando os diversos casos de vinculações das lajes, verificamos que a **armadura positiva** deve ser colocada dentro de certas regiões, conforme as dimensões de seus vãos. Temos as-



sim os novos limites de intervalos para se colocar as armaduras, conforme as lajes retangulares tenham apoios simples, um lado apoiado e o lado oposto engastado, ou os dois lados opostos engastados.

a) Armadura positiva de lajes simplesmente apoiadas

A figura abaixo mostra duas maneiras de se colocar as armaduras longitudinais de flexão em lajes isoladas. Nos dois casos, l_1 é o **menor vão teórico** e l_f o **comprimento total dos ferros**.

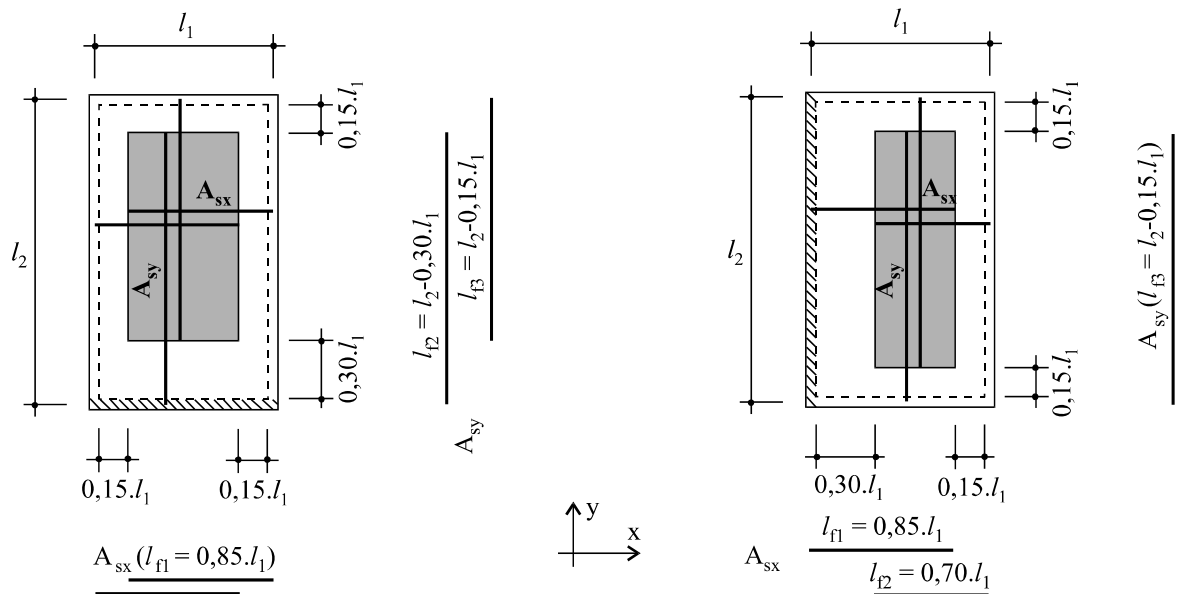


Nos dois casos, os ferros são colocados **alternados**, com maior concentração de armadura na região central da laje, onde os esforços de flexão são maiores, atendendo perfeitamente a variação dos momentos ao longo dos vãos, nas direções x e y .

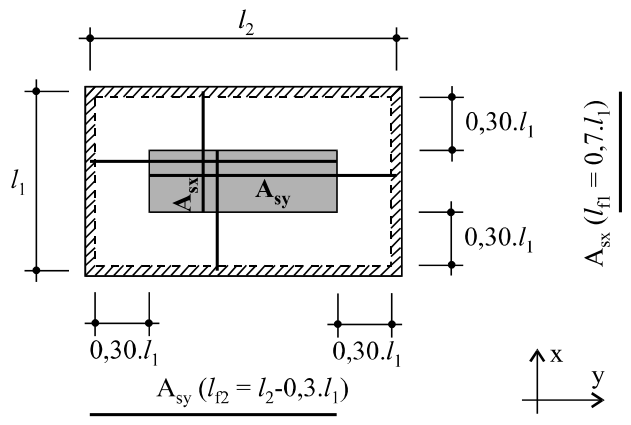
Na prática, para a armadura positiva, prefere-se armar as lajes como mostra a figura acima do lado esquerdo, que oferece menor margem de erros na colocação dos ferros em sua posição correta.

b) Armadura positiva de lajes apoiadas-engastadas

Este tipo de laje ocorre geralmente nas extremidades dos edifícios. Na figura abaixo, a diferença é que na laje do lado esquerdo, o engaste ocorre na direção do menor vão; l_1 é o **menor vão teórico** e l_f o **comprimento total dos ferros**.



c) Armadura positiva de lajes engastadas



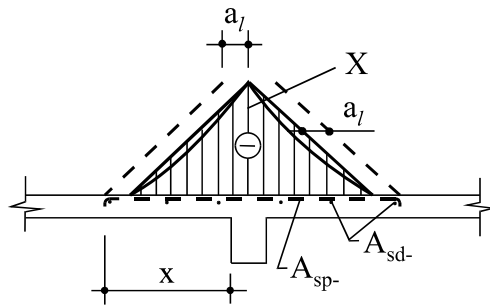
Nos edifícios correntes, este tipo corresponde às lajes centrais.

l_1 é o **menor vão teórico** e l_f o **comprimento total dos ferros**

7.1.2- Armadura negativa

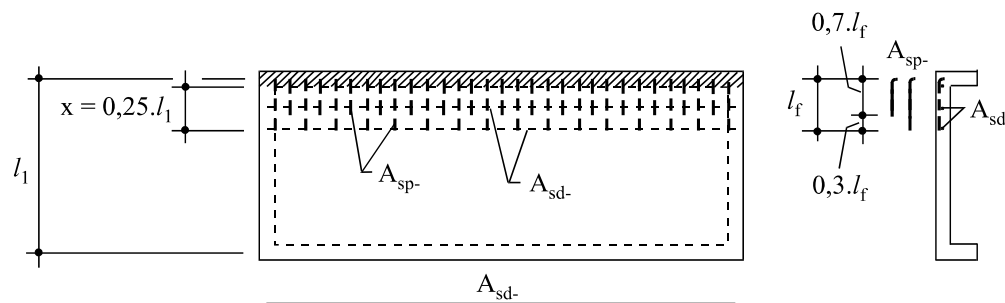
Observamos que os ferros da armadura negativa geralmente são colocados quase no término da concretagem da laje, ficando assim suspensos em sua posição correta.

Quando não se determinar o diagrama exato dos momentos negativos para as lajes, a armadura de tração sobre os apoios deve estender-se de acordo com o diagrama triangular de momentos, de base igual a x , dependendo da condição de serem armadas em cruz ou em uma direção.



x é a base do diagrama triangular de momentos fletores, considerado já deslocado

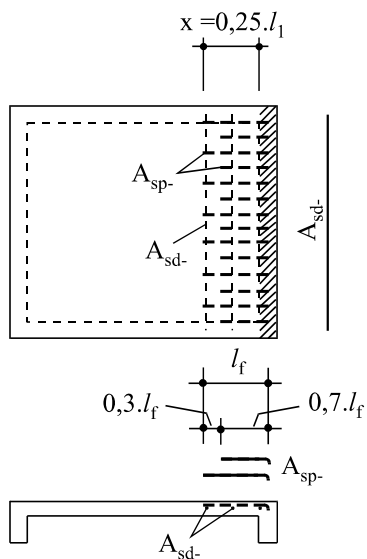
- a) Armadura negativa de lajes armadas em uma direção
- em uma borda engastada, $x = 0,25$ do vão



- b) Armadura negativa de lajes armadas em duas direções (em cruz):

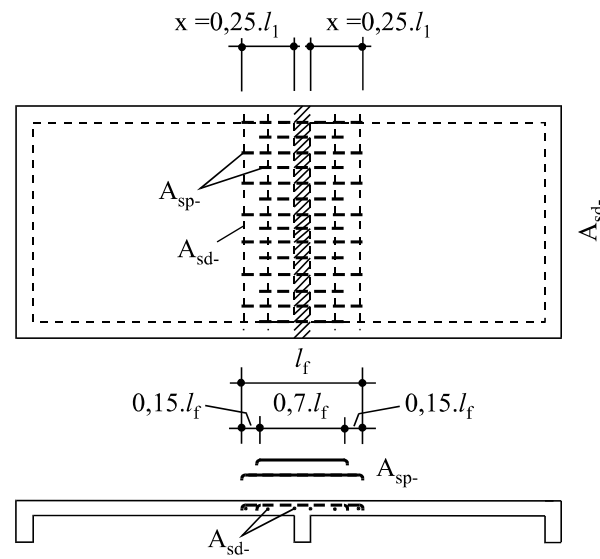
b.1) Isolada

em uma borda engastada, sendo cada uma das outras três bordas livremente apoiada ou engastada, $x = 0,25$ do menor vão (l_1)



b.2) Contínua

nos dois lados de um apoio de laje contínua, $x = 0,25$ do maior dos vãos menores das lajes contínuas (l_1)

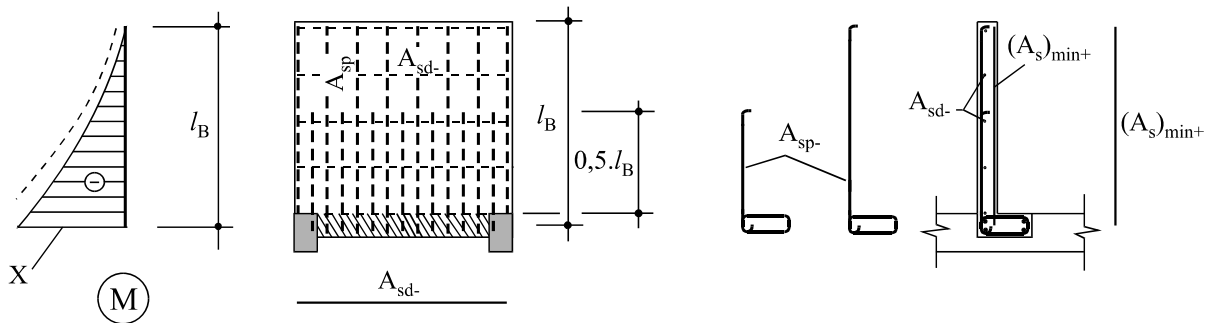


c) Armadura negativa de lajes em balanço

Nas lajes e vigas em balanço, a armadura principal de flexão é negativa, isto é, colocada próxima à face superior. Observamos que após a concretagem da peça, a retirada das formas, escoramentos ou cimbramentos deve ser iniciada próxima à extremidade livre do balanço e avançar em direção ao engastamento, pois do contrário a peça fica bi-apoiada e sujeita a uma flexão positiva, e não contando com a armadura adequada na face inferior, pode romper-se bruscamente.

c.1) Laje isolada em balanço

$l_B =$ vão teórico da laje em balanço

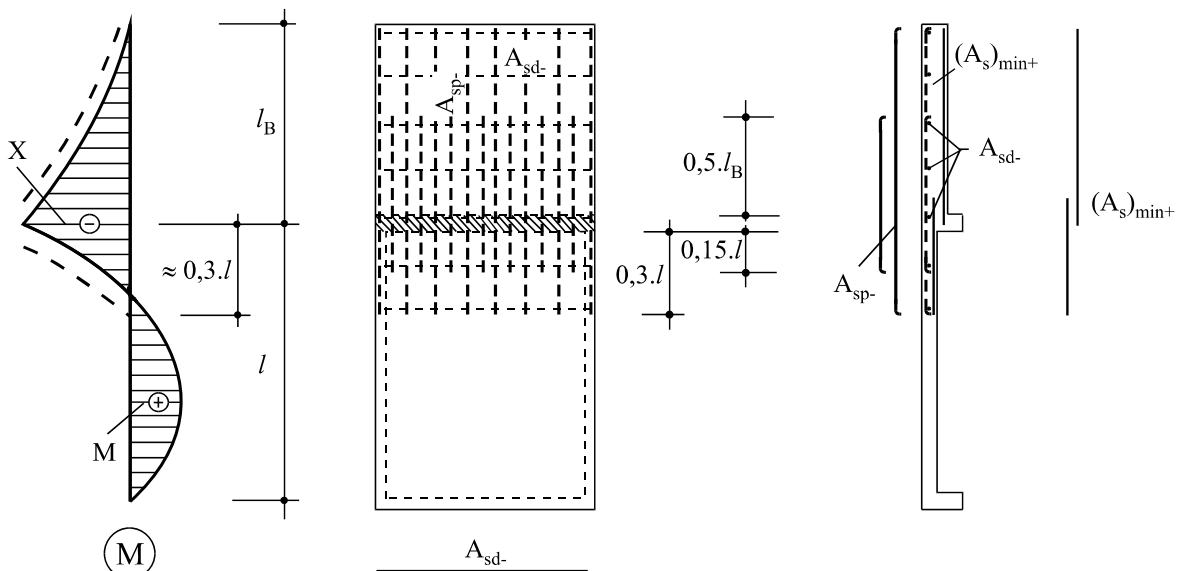


c.2) Laje contínua em balanço

Nestas lajes podemos tomar o valor aproximado $x \approx 0,3.l$ no diagrama de momentos fletores já deslocado, levando em conta que a armadura encontra-se em zona de má aderência.

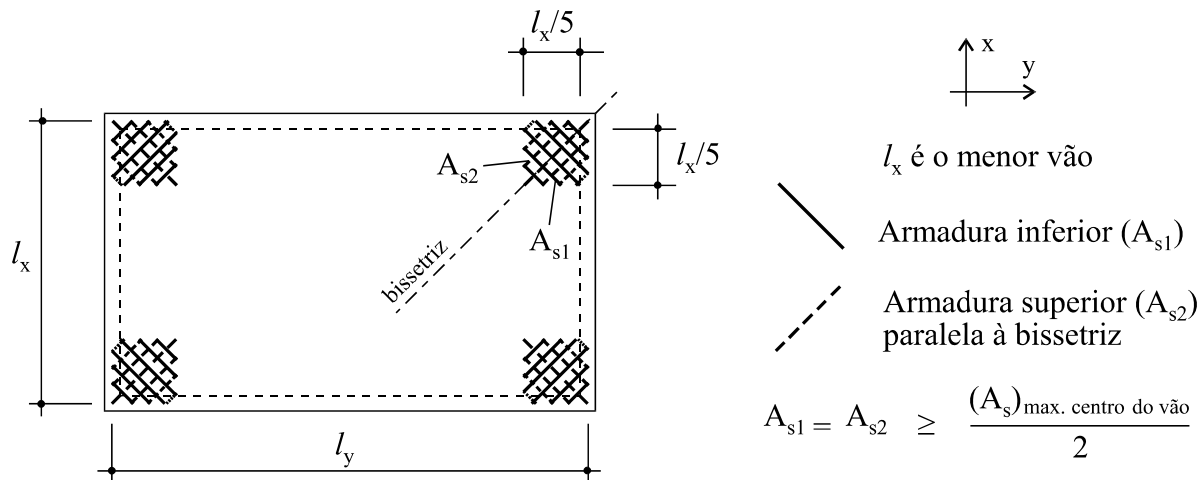
$l =$ vão teórico da laje adjacente ao balanço

$l_B =$ vão teórico da laje em balanço

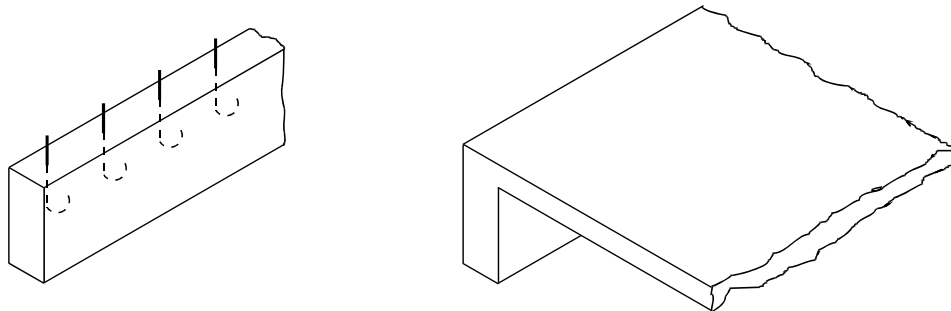


7.1.3- Armadura nos cantos das lajes retangulares livremente apoiadas nas quatro bordas

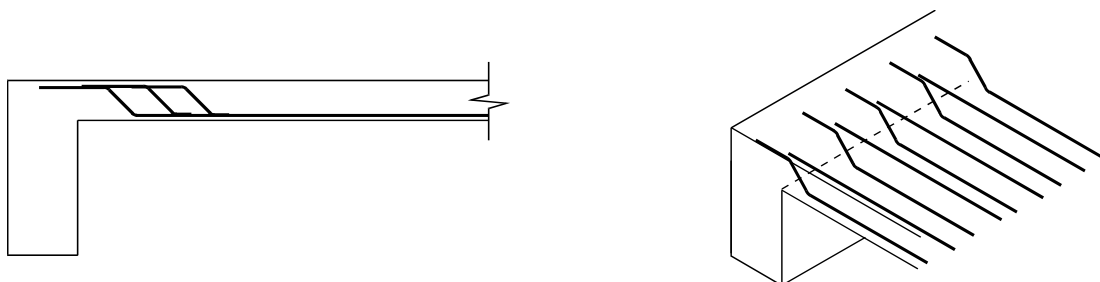
É o caso das lajes de fôrro apoiadas em alvenarias e das que têm a função de tampa, e esta armadura previne contra os efeitos dos momentos de torção, também conhecidos por **momentos volventes**:



Quando for possível a execução de uma cinta ou de uma viga para apoio da laje, que não sejam concretadas junto com a laje, podemos criar um **semi-engaste** entre laje e viga, através de pequenos arranques feitos com ferros por ocasião da concretagem da viga. Este artifício executivo melhora a absorção dos momentos volventes e a ligação entre vigas e lajes, como mostra a figura abaixo.



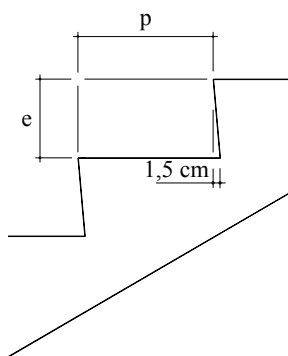
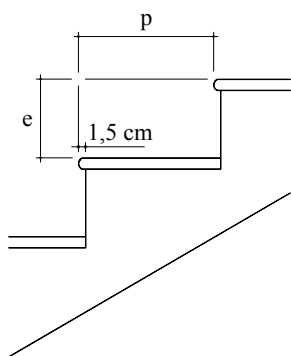
7.2- Detalhamento das armaduras de cisalhamento das lajes retangulares



Nas raras vezes em que houver necessidade da armadura de cisalhamento em lajes retangulares, traçamos os diagramas de momentos fletores e de forças cortantes, e seguimos o mesmo procedimento a partir do item 3.5 do capítulo Detalhes Executivos, dobrando barras alternadas da armadura de flexão.

7.3- Detalhes da armação de escadas e reservatórios

7.3.1- Escadas

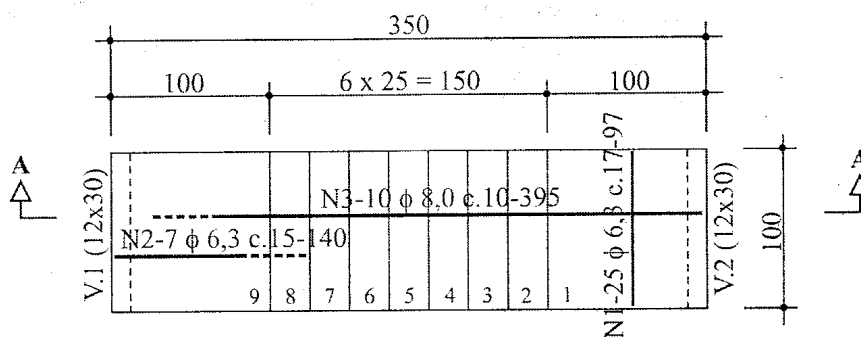


- Número máximo de degraus sem patamar = 16

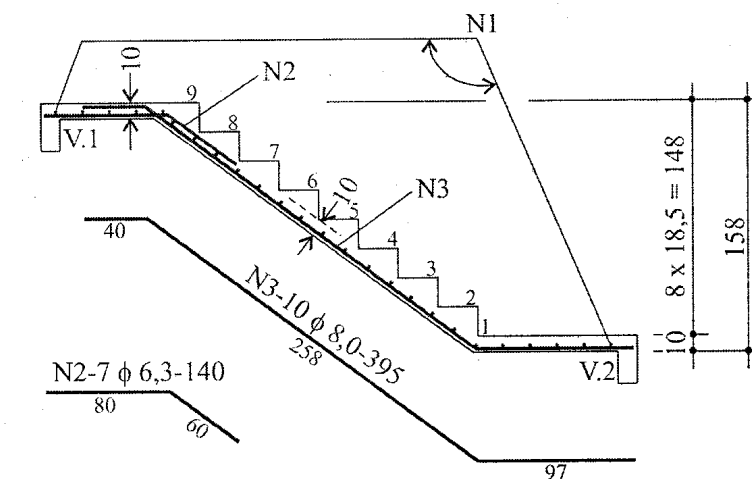
- Relação de Blondell (1680):

$$p + 2.e = 62 \text{ a } 64 \text{ cm} \quad \left| \begin{array}{l} p = \text{passo} \\ e = \text{espelho} \end{array} \right.$$

PLANTA
ESC. — 1:50

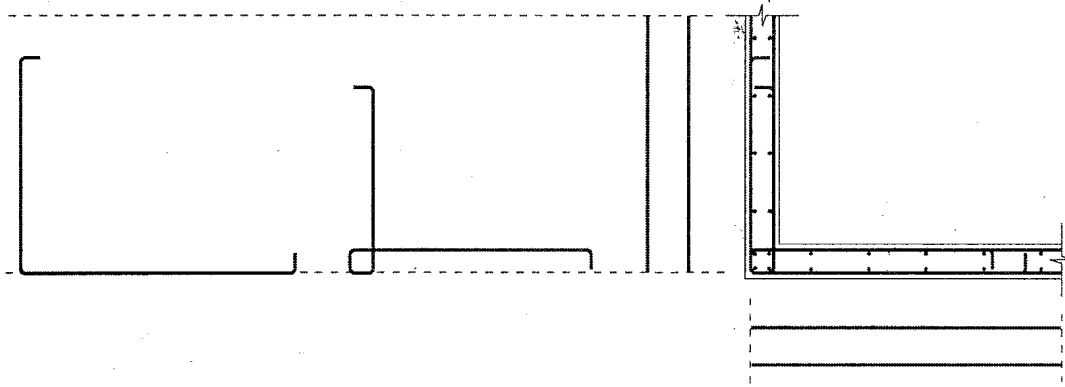


CORTE A-A
ESC. — 1:50



7.3.2- Reservatórios

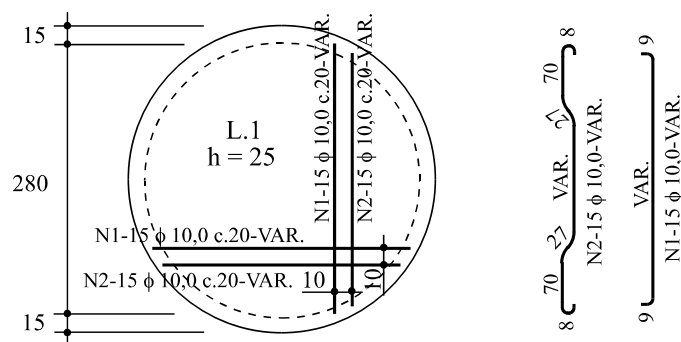
Os detalhes de dobramento e colocação da ferragem abaixo são característicos de encontros de paredes com paredes, de fundos com paredes e de paredes com tampas. Aplicam-se em caixas d'água, silos, placas de contenção de terra, etc.



7.4- Detalhamento das armaduras de flexão e cisalhamento das lajes circulares

A figura abaixo apresenta um exemplo de detalhamento para laje circular apoiada no contorno.

A armadura de flexão positiva é constituída pelos ferros alternados N1 e N2, sendo que este último foi dobrado para atender ao pequeno cisalhamento e à armadura negativa mínima de tração, onde $a_l + l_b = 70$ cm, e $a_l = 1,5.d$ ($d = 22$ cm).



VIGAS

1. INTRODUÇÃO

O roteiro de cálculo abrange a determinação das cargas que atuam nas vigas, o cálculo dos esforços a que estão sujeitas (momentos fletores, momentos de torção, reações de apoio e forças cortantes), o dimensionamento e detalhamento das armaduras.

Neste capítulo dimensionaremos as vigas de seção retangular e de seção T.

2. CARREGAMENTOS DAS VIGAS

As cargas a que as vigas estão sujeitas são: peso próprio, cargas transmitidas pelas lajes, cargas concentradas (de vigas ou pilares) e cargas de paredes.

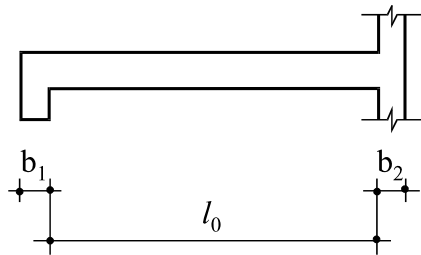
2.1- Peso próprio das vigas (p_p)

Para a determinação do peso próprio, precisamos fixar as dimensões das vigas, como o seu comprimento (**vão**), a largura b_w e a altura h de sua seção transversal.

2.1.1- Vão teórico (l_t)

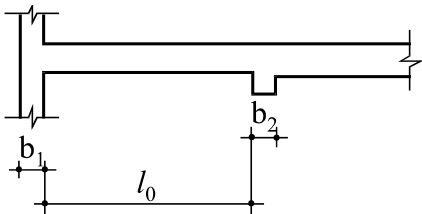
Nas vigas de seção retangular, o vão teórico é a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário adotar valores maiores que:

a) em viga isolada: $1,05 \cdot l_0$

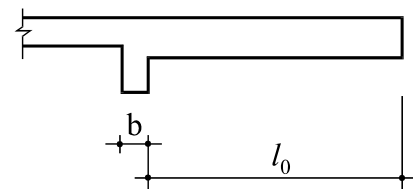


$$l_t = l_0 + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2} \leq 1,05 \cdot l_0$$

b) em vão extremo de viga contínua: o vão livre (l_0) acrescido da semi-largura do apoio interno e de $0,03 \cdot l_0$



$$l_t = l_0 + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2} \leq 1,03 \cdot l_0 + \frac{b_2}{2}$$



$$l_t = l_0 + \frac{b}{2} \leq 1,03 \cdot l_0$$

Nas vigas em balanço, o comprimento teórico é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores a 1,03 vezes o comprimento livre l_0 , como vemos à direita da figura acima.

2.1.2- Largura das vigas (b_w)

Nas estruturas de edifícios e em construções residenciais, na maioria dos casos as dimensões das seções das vigas são fixadas de tal maneira que atendam razões arquitetônicas. Quando não, e para facilitarem o posterior revestimento, pelo menos sua largura b_w é igual à espessura dos tijolos da alvenaria; de 10 ou 12 cm quando a alvenaria é de **meio tijolo**, e de 20 ou 22 cm quando a alvenaria é de **um tijolo**. A norma fixa $(b_w)_{min} = 8\text{ cm}$ para as vigas.

2.1.3- Altura total das vigas (h)

Como acontece no caso das lajes, a altura útil das vigas correntes de edifícios também pode ser adotada de acordo com o item 4.2.3.1-C da NBR-6118. Deste modo dispensa-se a verificação de flechas (vide ANEXOS 1 e 2) e o cálculo torna-se direto, sem a necessidade de se testar novas alturas para a seção transversal.

Alertamos que isto somente é válido para as vigas correntes de edifícios, que possuem carregamentos e dimensões geralmente padronizadas. Nos casos em que a altura da viga é pequena e não pode ser alterada, devemos verificar o valor da flecha máxima, de acordo com o ANEXO 2.

Analisamos este critério da NBR-6118, e verificamos que a altura h da seção das vigas situa-se no intervalo de $1/5$ a $1/15$ de seu vão livre, de acordo com as diferentes vinculações existentes em seus apoios:

- viga duplamente engastada $\Rightarrow h \geq 6\%$ do vão
- viga contínua $\Rightarrow h \geq 7\%$ do vão
- viga simplesmente apoiada $\Rightarrow h \geq 8\%$ do vão
- viga em balanço $\Rightarrow h \geq 10\%$ do vão

Considerando o peso específico do concreto armado de $2,5\text{ tf/m}^3$, fixados b_w e h , o peso próprio da viga é dado por:

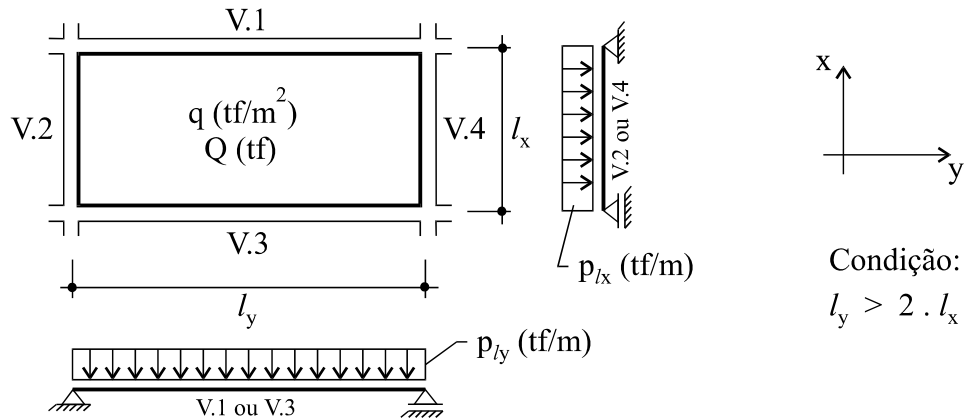
$$p_p = 2,5 \cdot b_w \cdot h \quad \text{em tf/m, com } b_w \text{ e } h \text{ em metro}$$

2.2- Cargas transmitidas pelas lajes (p_l)

A carga total $q\text{ (tf/m}^2\text{)}$ é a mesma que foi considerada no cálculo das lajes maciças, mas também pode ser estimada através do ANEXO 3. Os quinhões de carga da laje que descarregam nas vigas são determinados de maneira diferente, caso se trate de lajes armadas em uma direção, lajes ar-

madras em cruz ou lajes mistas pré-fabricadas.

2.2.1- Cargas de lajes maciças armadas em uma direção



A carga total da laje será transferida e distribuída para as vigas V.1 e V.3, que são paralelas à direção da maior dimensão y .

Para exemplificar, seja Q (em tf) a carga total da laje ($Q = q \cdot l_x \cdot l_y$). A carga p_{ly} que atua na viga V.1 ou na viga V.3, na direção y é:

$$p_{ly} = \frac{Q}{2 \cdot l_y} = \frac{q \cdot l_x}{2} \quad (\text{em tf/m})$$

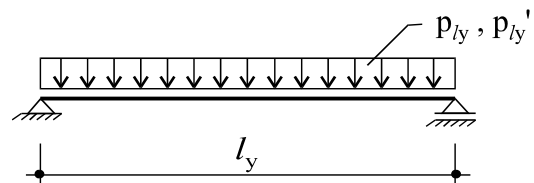
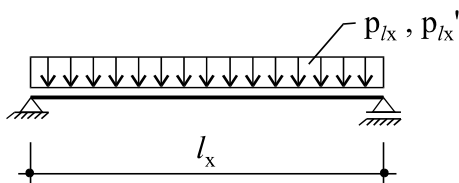
Teoricamente, as vigas V.2 e V.4 na direção x não sofrem nenhum carregamento, mas na prática costuma-se considerar uma carga residual p_{lx} que atua em cada uma delas, de valor:

$$p_{lx} = \frac{Q}{2 \cdot l_x} = \frac{q \cdot l_y}{2} \quad (\text{em tf/m})$$

2.2.2- Cargas de lajes maciças armadas em duas direções (em cruz)

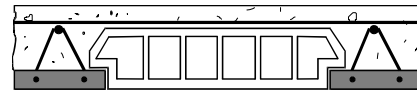
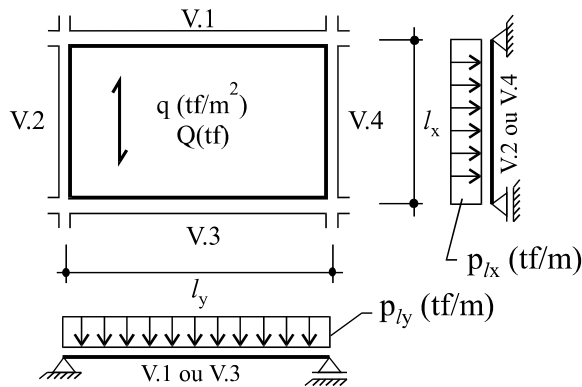
Os **quinhões de carga** das lajes armadas em cruz que descarregam nas vigas, são as mesmas reações de apoio que encontramos nas TABELAS de 7 a 10, consideradas como no item 4.1.2.a do capítulo Lajes. Observe neste item os cuidados a serem tomados para sua utilização:

- $p_{lx} = R_x$ e $p_{lx}' = R_x'$ são as cargas distribuídas nos lados de medida l_x (em tf/m).
- $p_{ly} = R_y$ e $p_{ly}' = R_y'$ são as cargas distribuídas nos lados de medida l_y (em tf/m).



2.2.3- Cargas de lajes mistas ou pré-fabricadas

As lajes mistas pré-moldadas que encontramos no mercado, geralmente são sempre armadas em uma só direção, mesmo quando $l_x \leq 2.l_y$. Nestes casos podemos tomar 80% da carga total da laje descarregando nas vigas de apoio transversais às nervuras, e os restantes 20% desta carga descarregando nas vigas de apoio paralelas às nervuras da laje pré-moldada.



LAJE MISTA PRÉ-FABRICADA

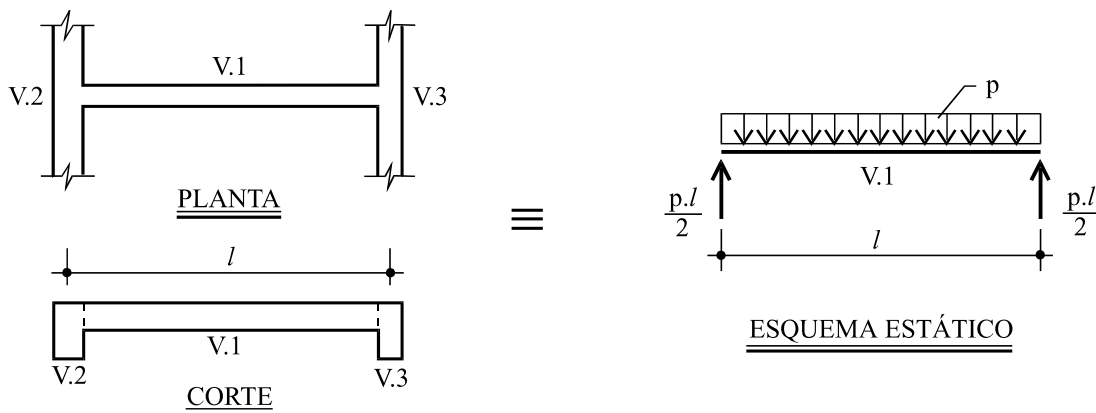
$$p_{tx} = \frac{0,2 \cdot Q}{2 \cdot l_x} = 0,1 \cdot \frac{Q}{l_x} = 0,1 \cdot q \cdot l_y \quad (\text{em tf/m})$$

$$p_{ly} = \frac{0,8 \cdot Q}{2 \cdot l_y} = 0,4 \cdot \frac{Q}{l_y} = 0,4 \cdot q \cdot l_x \quad (\text{em tf/m})$$

2.3- Cargas concentradas (de vigas ou de pilares)

Quando existem cruzamentos de vigas sem haver pilares de apoio, e se para simplificar os cálculos não considerarmos os efeitos de grelha, devemos estabelecer quais são as vigas secundárias que simplesmente se apoiam nas vigas principais.

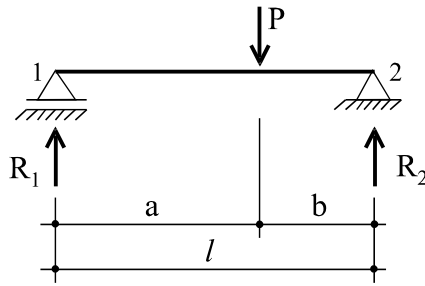
Geralmente consideramos como secundárias, as vigas que tenham menor rigidez. Na figura abaixo, V.2 e V.3 são as vigas principais, e V.1 a viga secundária.



Só consideramos os esforços de torção nas vigas principais, quando as vigas secundárias apresentarem grandes vãos, ou quando suportam grandes cargas.

Uma viga simplesmente apoiada que recebe uma carga concentrada P , que pode ser um pilar ou mesmo uma viga secundária (por exemplo, a viga V.1 da figura acima), tem suas reações de apoio R_1 e R_2 determinadas pelo equilíbrio de forças e pela somatória de momentos, como vemos

no esquema de forças estáticas abaixo:



$$\Sigma M_2 = 0 \Rightarrow R_1 = P \cdot b / l$$

$$\Sigma M_1 = 0 \Rightarrow R_2 = P \cdot a / l$$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = P$$

Note que temos uma equação a mais do que precisamos. Qualquer par de equações que se tome resolve o problema, e determinamos os valores de R_1 e de R_2 .

2.4- Cargas de paredes

As cargas de paredes nas vigas são calculadas com os valores do item 1.9 do ANEXO 3.

Para se obter o peso por metro linear que atua na viga, multiplica-se a carga em kgf/m^2 , pelo valor do pé direito h , em metros. Pode-se deduzir a parte vazia originada pelas esquadrias.

2.5- Carga total nas vigas (q)

O peso total usado no cálculo dos esforços nas vigas, é igual à soma das cargas consideradas nos itens de 2.1 a 2.4, em tf/m . Então:

$q = \text{PESO PRÓPRIO} + \text{LAJES} + \text{CARGAS CONCENTRADAS} + \text{PAREDES}$
--

3. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS VIGAS

Consiste em se determinar nas vigas, o diagrama de momentos fletores M , o diagrama de forças cortantes V , e as reações de apoio R .

De um modo geral, as vigas isostáticas e hiperestáticas das construções residenciais e de edifícios são consideradas *contínuas*. No ANEXO 4 introduzimos um exemplo de resolução de viga pelo *Método de Cross*, que nesse caso é vantajoso pela sua simplicidade e rapidez.

Determinados os valores M_{max} e V_{max} nos vãos e nos apoios, podemos passar ao cálculo e dimensionamento das vigas.

4. DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS

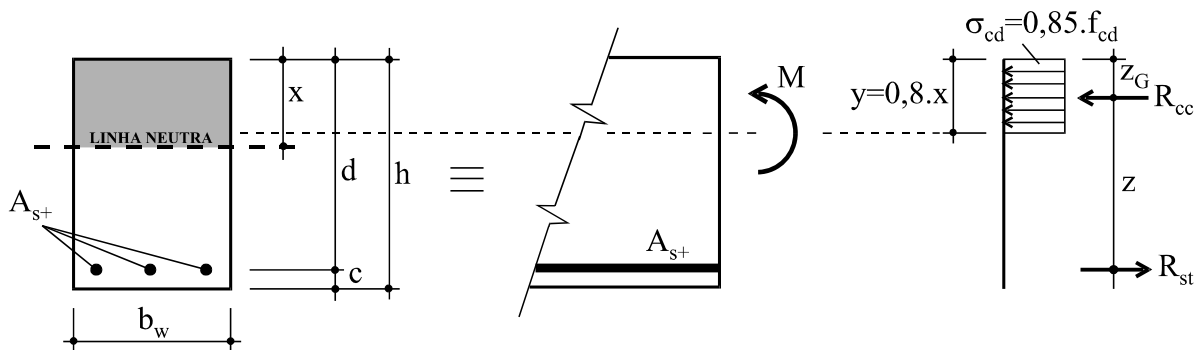
Consiste no cálculo das armaduras de flexão e de cisalhamento, considerando a deformação e a fissuração da viga, o esmagamento das bielas e a verificação da ancoragem e emendas dessas armaduras.

Dimensionaremos vigas de seção retangular e de seção T, com armadura simples e com armadura dupla.

4.1- Cálculo das armaduras de flexão - Seção retangular

4.1.1- Armadura simples na seção retangular (A_{s+} e A_{s-})

Como no caso das lajes submetidas à flexão simples, resolvemos as equações de equilíbrio da seção transversal mais solicitada da viga, e colocamos o momento fletor e a armadura em função dos coeficientes k_c e k_s , que já levam em conta os devidos coeficientes de segurança (vide final da TABELA 5):



Assim, sendo M o momento fletor de serviço (sem majorações) que atua na seção transversal da viga, em um determinado ponto de seu comprimento, sabemos que:

$$k_c = b_w \cdot \frac{d^2}{M}$$

M em t.cm

b_w em cm

d em cm

Como se conhece apenas o valor estimado da altura total h , o valor da altura útil d , como primeira aproximação, pode ser tirado da Tabela abaixo:

para h (cm) entre:	d (cm)
20 e 50 cm	$h - 3$
60 e 80 cm	$h - 4$
90 e 110 cm	$h - 5$
120 e 150 cm	$h - 6$

Adotado o valor para o f_{ck} do concreto, entramos na TABELA 5 com o valor de k_c calculado pela fórmula acima e tiramos na mesma linha, na coluna do tipo de aço escolhido, o valor correspondente de k_s . Se não for encontrado um valor de k_s no final desta tabela, significa que a viga talvez possa ser dimensionada com **armadura dupla**, assunto que veremos no próximo item.

Quando existe o valor de k_s na tabela, os valores das áreas das seções das armaduras simples longitudinais tracionadas de flexão, positivas nos vãos (A_{s+}) e negativas nos apoios (A_{s-}), são:

$$A_{s+} = k_s \cdot \frac{M}{d} \quad \text{e} \quad A_{s-} = k_s \cdot \frac{X}{d}$$

M e X em tf.cm

d em cm

A_s em cm²

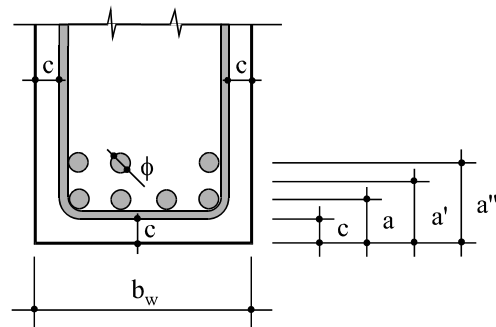
Estes valores devem ser maiores que o valor mínimo dado pela Norma:

$$(A_s)_{\min} = 0,0025 \cdot b_w \cdot h \quad (\text{em cm}^2) \quad \text{para os aços CA-25,32}$$

$$(A_s)_{\min} = 0,0015 \cdot b_w \cdot h \quad (\text{em cm}^2) \quad \text{para os aços CA-40,50,60}$$

Não devemos nos esquecer que até o presente momento, o cálculo das cargas, dos momentos fletores e das armaduras, baseou-se em uma altura total estimada h para a viga em questão. Do modo como foi feito, obtemos o valor da armadura A_s com boa precisão, mas podemos refinar ainda mais este cálculo usando a Tabela abaixo, principalmente se constatarmos pela TABELA 1 que b_w é estreito e será necessário alojar os ferros da armadura A_s em mais de uma camada, o que diminui consideravelmente o valor da altura útil d , afetando a resistência da viga.

BITOLA		a	a'	a''
mm	pol.	cm	cm	cm
6,3	1/4	1,8	3,1	4,4
8,0	5/16	1,9	3,3	4,7
10,0	3/8	2,0	3,5	5,0
12,5	1/2	2,3	3,9	5,5
16,0	5/8	2,4	4,2	6,0
20,0	3/4	2,6	4,6	6,6
22,5	7/8	2,8	5,0	7,3
25,0	1	2,9	5,4	7,9
32,0	1 1/4	3,4	6,6	9,8
40,0	1 5/8	3,8	7,8	11,8



Desta maneira, refazemos todos os cálculos com o novo valor de $h = d + a$, onde a pode ter os valores a , a' ou a'' , conforme tenhamos uma, duas ou três camadas de ferro respectivamente, e achamos o valor final para a armadura $A_s \geq (A_s)_{\min}$. Se o valor de h for fixo, refazemos o cálculo de k_c a partir do item 4.1.1, com $d = h - a$.

Podemos também verificar a posição da Linha Neutra x , útil em diversos casos, como por exemplo quando existem tubulações elétricas e hidráulicas atravessando a viga, que devem fazê-lo abaixo da linha neutra na região central da viga, e acima da linha neutra na região próxima aos a-

poios intermediários, isto é, sempre na região tracionada da seção da viga. Com o valor de k_c (ou k_s), pela TABELA 5, na mesma linha, acha-se o valor de β_x :

$$\beta_x = \frac{x}{d} \quad \Rightarrow \quad x = \beta_x \cdot d$$

Nas situações em que a escolha da altura h é livre, podemos impor o critério de que a peça esteja "*subarmada*" e que tenha "*altura mínima*". Isto significa que devemos usar os valores limites de k_s e de k_c . O valor limite de k_s , é o último valor encontrado nas colunas da TABELA 5, de acordo com o tipo do aço. O valor limite de k_c encontra-se na mesma linha, na coluna do f_{ck} adotado.

Saem os valores:

$$d_{\min} = \sqrt{k_{\text{clim}} \cdot \frac{M}{b_w}} \quad \text{e} \quad A_s = k_{\text{slim}} \cdot \frac{M}{d_{\min}}$$

onde A_s deve ser superior a $(A_s)_{\min}$, e d_{\min} obedece a limitação de flechas, dada no ANEXO 2.

Explicando melhor, significa que com valores maiores do que estes valores limites, a peça se torna "*superarmada*", isto é, anti-econômica e com perigo de rompimento brusco do concreto sem aviso prévio, mas ainda assim com folga de esforços no aço. É sempre preferível que as peças estejam "*subarmadas*", quando a folga ocorre no concreto, dando avisos antecipados através de fissuras excessivas, enquanto o aço ainda está no seu limite de escoamento.

Para valores de k_s maiores dos limites da TABELA 5, temos dois recursos: aumentar a altura da viga ou, se possível, usar a *armadura dupla*.

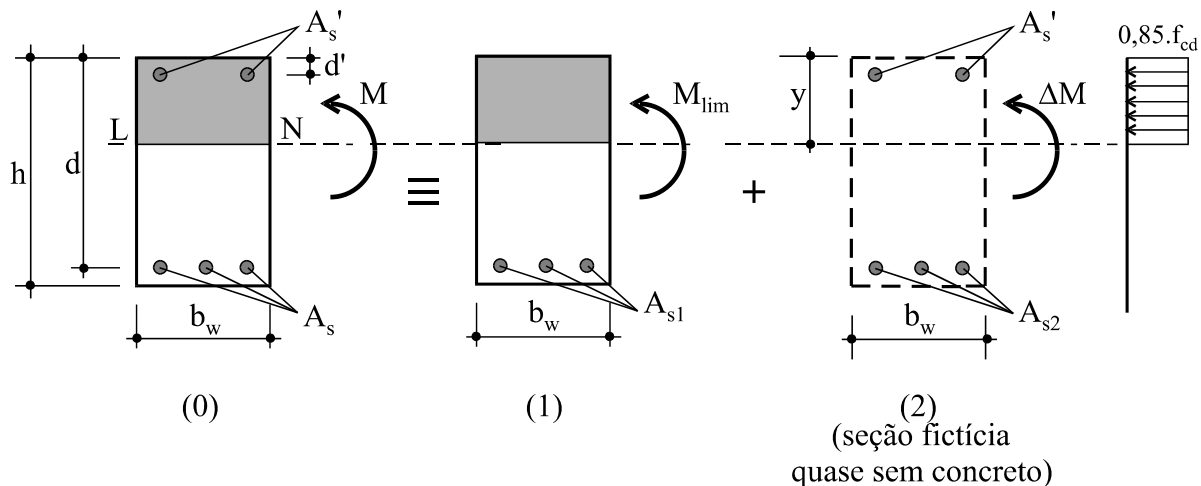
4.1.2- Armadura dupla na seção retangular (A_s e A_s')

A armadura comprimida A_s' é usada quando há necessidade de se reduzir a altura da viga, não importando o fato da peça tornar-se "superarmada" e consequentemente anti-econômica.

A característica que tem o aço de ser um material muito mais nobre que o concreto, que suporta esforços de compressão 15 vezes maiores, pode ser aproveitada com vantagens, quando colocado na região comprimida da viga.

Apenas devemos observar que a limitação das cargas aplicadas e das dimensões da viga será agora feita através do cálculo das flechas admissíveis, de acordo com o roteiro do ANEXO 2.

Para que se possa aproveitar as Tabelas confeccionadas para o cálculo de armaduras simples, empregamos o artifício de decompor a seção em duas outras, como mostra a figura abaixo:



A armadura dupla de flexão pode ser determinada pelo seguinte roteiro de cálculo:

A. Calcula-se o valor $k_c = b_w \cdot d^2 / M$ onde M é o momento de serviço (sem majorar) em tf.cm.

B. Com este valor de k_c e mais f_{ck} e tipo do aço, entra-se na TABELA 5 e percebe-se que não existe o valor correspondente de k_s . Temos então dois recursos: aumentar a altura h da seção da viga, ou aplicar armadura dupla, respeitado o valor da flecha máxima admissível, calculada através do ANEXO 2.

C. Para efeito de cálculo da armadura dupla, supõe-se a seção (0) decomposta em duas outras. Impõe-se que a seção (1) seja simplesmente armada e que k_c assuma o seu valor limite. O momento fletor limite correspondente que atua nesta seção é calculado por:

$$M_{lim} = b_w \cdot \frac{d^2}{k_{clim}}$$

onde k_{clim} é tirado diretamente da TABELA 5, com os valores de f_{ck} e tipo do aço já conhecidos. Aproveitamos e tiramos também, na mesma linha, os valores de k_{slim} e de β_{xlim} .

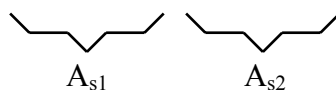
D. Como M_{lim} é sempre menor que M , existe uma diferença de momentos fletores ΔM que a seção simplesmente armada não absorveu, que é:

$$\Delta M = M - M_{lim}$$

E. Com o valor de β_{xlim} do item C, entramos na TABELA 6 e de acordo com o tipo do aço, achamos os coeficientes k_7 e k_8 .

F. A armadura inferior total tracionada A_{s+} é calculada por:

$$A_{s+} = k_{slim} \cdot \frac{M_{lim}}{d} + k_7 \cdot \frac{\Delta M}{d}$$



G. A armadura superior comprimida $A_{s'}$ é calculada por:

$$A_s' = k_8 \cdot \frac{\Delta M}{d}$$

Estes valores de A_s e A_s' também deve ser maiores que os valores de $(A_s)_{\min}$ dados no item 4.1.1.

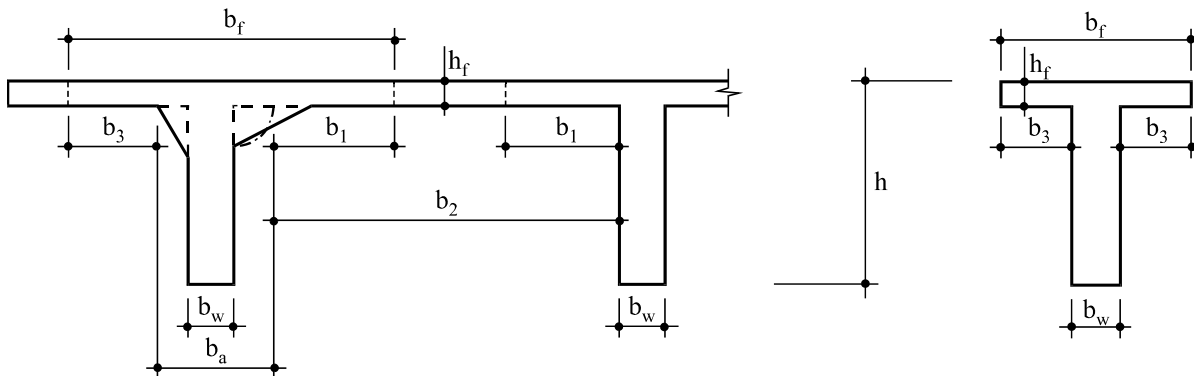
4.2- Cálculo das armaduras de flexão - Seção T

Encontramos com frequência a seção T em concreto armado, principalmente nas estruturas de edifícios, dada a colaboração que a laje presta à viga. Um caso característico acontece nas **lajes nervuradas**, também conhecidas como **caixão perdido**.

Na região de momento fletor negativo, isto é, onde houver compressão da nervura e não da mesa (caso de apoios intermediários de vigas contínuas), a viga T é calculada simplesmente como se fosse de seção retangular $b_w \times h$, onde h é a altura total da viga.

Na região de momento fletor positivo, mas com $x \leq h_f$, isto é, a linha neutra corta a mesa de altura h_f e largura b_f , trata-se de seção retangular $b_f \times h$.

4.2.1- Definição da largura colaborante da laje (b_f).



b_f = largura colaborante

b_a = largura fictícia obtida aumentando-se b_w para cada lado de um valor igual ao do menor cateto do triângulo da müssula correspondente

b_w = largura real da nervura

b_2 = distância entre as faces de nervuras sucessivas

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,1.a \\ 8.h_f \\ 0,5.b_2 \end{cases}$$

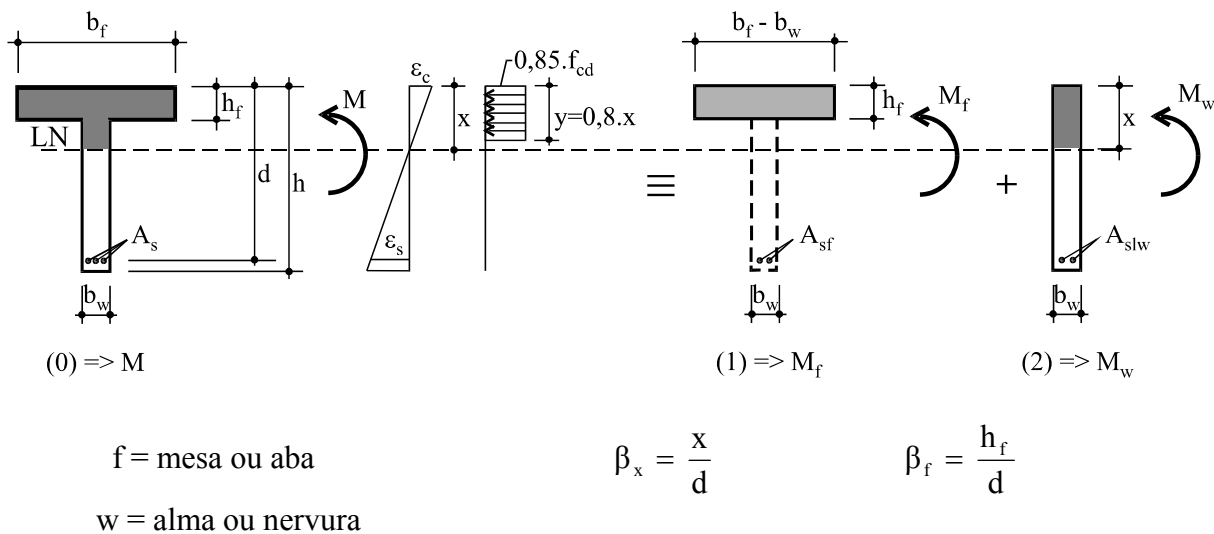
$$b_3 \leq \begin{cases} 0,1.a \\ 6.h_f \end{cases}$$

a = distância entre pontos de momento nulo, e que tem os valores ao lado:

$a = l$ para viga simplesmente apoiada $a = 3/4.l$ para tramo com momento em um só extremo $a = 3/5.l$ para tramo com momentos nos dois extremos $a = 2.l$ para viga em balanço
--

Na realidade, a largura colaborante b_f não é constante ao longo da viga porque depende de vários fatores. Para as vigas contínuas de edifícios, em forma de T, pode-se considerar b_f constante ao longo de toda a viga, desde que o vão menor não seja inferior a 80% do maior e que a seção transversal seja aproximadamente a mesma em todos os vãos.

4.2.2- Armadura simples na seção T (A_s)



O primeiro passo é saber a posição da Linha Neutra (x). Se ela cortar a mesa ($x \leq h_f$) o dimensionamento é o mesmo que para uma seção retangular $b_f \times h$. Se a linha neutra cortar a alma ou nervura da viga ($x > h_f$), confirma-se que se trata mesmo de seção T, e o dimensionamento (geralmente menos econômico) deve ser feito como tal. O roteiro é o seguinte:

A. Verifica-se inicialmente na planta de forma qual é a largura de mesa b_f de que se dispõe, conforme o item 4.2.1 anterior.

B. Partimos da hipótese de que a viga seja de seção retangular, com largura b_f , altura útil d e altura total h . Para isto calculamos

$$k_c = b_f \cdot \frac{d^2}{M}$$

e na TABELA 5 verificamos qual o valor correspondente de β_x , de acordo com o tipo do aço e f_{ck} adotados no projeto.

C. Com β_x , calcula-se a posição da linha neutra $x = \beta_x \cdot d$

D. Se $x < h_f$, a linha neutra corta a mesa, e a viga será dimensionada com seção retangular $b_f \times h$. O valor de k_s é tirado na mesma linha do k_c da TABELA 5, e o valor da armadura é

$$A_s = k_s \cdot \frac{M}{d}$$

com as mesmas limitações da armadura mínima já vistas no item 4.1.1.

E. Se $\beta_x > \beta_f$, a linha neutra corta a alma da viga e o seu dimensionamento deve ser feito como seção T.

O valor de β_x não é o real, e apenas serviu para definir o dimensionamento como seção T, e a verdadeira altura do bloco de tensões é $y = 0,8 \cdot x$ (diagrama retangular simplificado)

F. A seção (1) é tomada como tendo a altura do bloco de tensões coincidente com a altura da mesa. Conhece-se portanto o valor β_x através do qual pode-se determinar k_{cf} e então o valor M_f , correspondente à parcela de M que a seção (1) pode resistir.

Utilizando o diagrama retangular simplificado de tensões de compressão, pode-se provar que sempre temos $\beta_x = \beta_f/0,8$. Como

$$\beta_f = \frac{h_f}{d} \quad \Rightarrow \quad \beta_x = \frac{h_f}{0,8 \cdot d}$$

G. Entra-se na TABELA 5 com este valor de β_x e encontram-se k_{cf} e k_{sf} .

H. A parcela do momento total M absorvido pelas abas da seção (1) é $M_f = \frac{(b_f - b_w) \cdot d^2}{k_{cf}}$

I. A outra parcela de M absorvida pela alma ou nervura da seção (2) é $M_w = M - M_f$

J. Calcula-se $k_{cw} = b_w \cdot \frac{d^2}{M_w}$

K. Entra-se novamente na TABELA 5 com este último valor de k_{cw} e tira-se na mesma linha k_{sw} e o valor de β_x , que define a posição real da Linha Neutra, devendo ser $\beta_x \leq (\beta_x)_{lim}$ (peça não superarmada).

L. Resulta a armadura de tração na seção T:

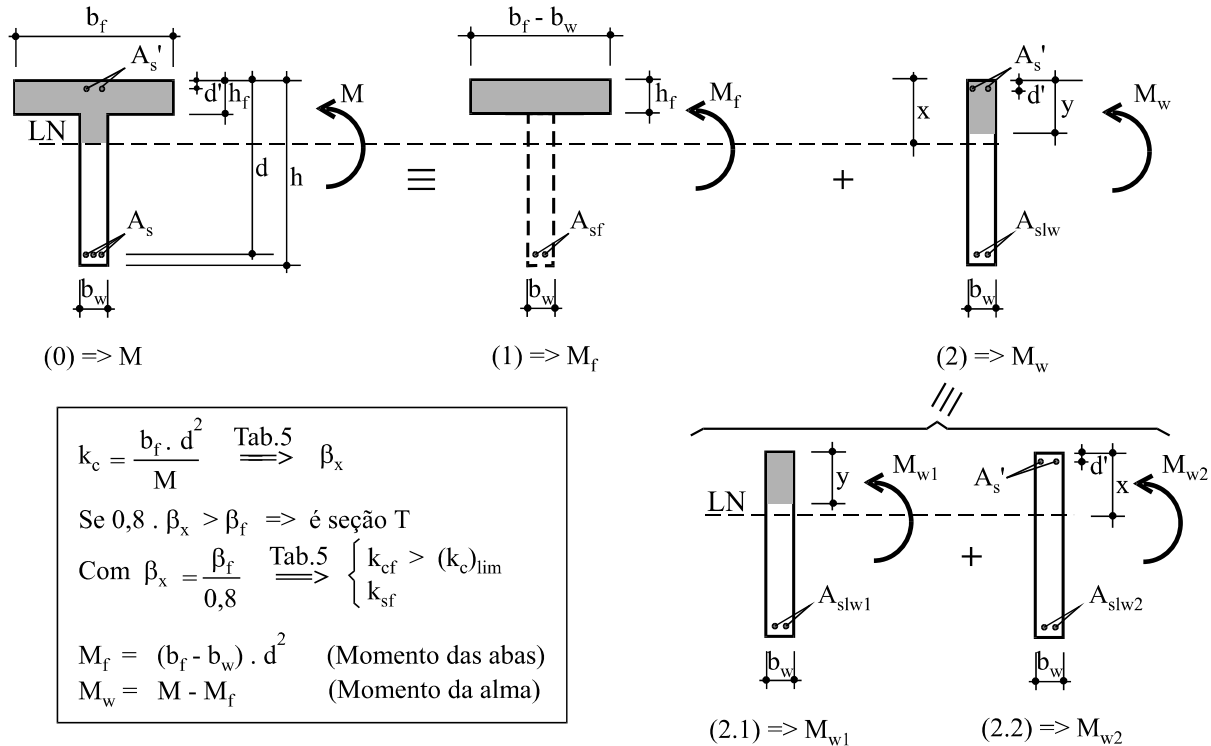
$$A_s = k_{sw} \cdot \frac{M_w}{d} + k_{sf} \cdot \frac{M_f}{d}$$

Este valor não deve superar os valores mínimos, dados no item 4.1.1.

M. Nos raros casos em que ocorrer $\beta_x > (\beta_x)_{lim}$, recorre-se à **armadura dupla** na seção retangular (2) $b_w \times h$, com os coeficientes k_7 e k_8 da TABELA 6, repetindo-se o mesmo processo de cálculo

do item 4.1.2., como veremos a seguir.

4.2.3- Armadura dupla na seção T (A_s e A_s')



A parcela M_w deverá ser resistida pela seção retangular com armadura dupla. Como este problema admite infinitas soluções, arbitra-se um valor para β_x (por exemplo $\beta_x = (\beta_x)_{lim}$) e com ele determina-se o valor de k_c , a partir do qual se pode calcular a parcela M_{w1} e a armadura A_{slw1} . Por diferença obtém-se a parcela M_{w2} e então calculam-se as armaduras A_s' e A_{slw2} :

$$A_{slw1} = k_s \cdot \frac{M_{w1}}{d} \quad A_{slw2} = k_7 \cdot \frac{M_{w2}}{d - d'} \quad A_s' = k_8 \cdot \frac{M_{w2}}{d - d'}$$

As armaduras finais são:

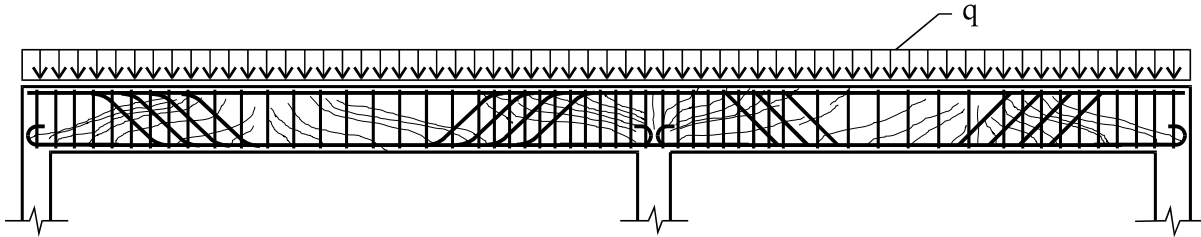
- Armadura tracionada: $A_s = A_{s1} + A_{slw1} + A_{slw2}$
- Armadura comprimida: A_s'

4.3- Cálculo das armaduras de cisalhamento - Seção retangular e seção T

4.3.1- Introdução

Em vigas e lajes, na região próxima aos apoios, onde geralmente as forças cortantes adquirem seus maiores valores, nota-se a fissuração (cisalhamento) da região central da seção da peça, apresentando essas fissuras pouca inclinação em relação à horizontal.

Estes esforços de tração que causam as fissuras, são combatidos através de uma armadura transversal ao eixo da peça, que pode ser constituída de estribos verticais acompanhados ou não de barras dobradas a 45° (cavaletes) nas regiões próximas dos apoios, sendo que para estas barras dobradas aproveita-se parte da armadura longitudinal de flexão, que dimensionamos nos itens anteriores.



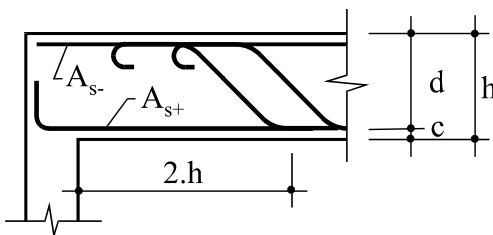
Atualmente é comum se utilizar apenas estribos verticais na armadura transversal. O uso de barras dobradas só se justifica em grandes obras ou então na construção de edifícios, onde o aumento do custo do detalhamento do projeto e da mão de obra especializada em ferragem, se dilui em face à padronização dos serviços e à economia que se obtém na quantidade dos ferros. Além disso, os estribos verticais oferecem maior comodidade em sua montagem, permitem uma distribuição mais uniforme da armadura transversal, e sendo de menor diâmetro, favorecem as condições de aderência e fissuração do concreto ao longo da viga.

4.3.2- Cálculo da armadura de cisalhamento (A_{sw})

A marcha de cálculo da armadura de cisalhamento é a que se segue, e deve ser feita para os dois lados de cada apoio, que geralmente possuem valores diferentes do esforço cortante:

A. Calcula-se a menor taxa ρ_l de armadura longitudinal (A_{sl}), à distância $2.h$ da face do apoio, lembrando que nas **vigas simples ou contínuas**, a quantia $A_s/4$ deve ser prolongada até os **apoios intermediários** e que a quantia $A_s/3$ deve ser prolongada até os **apoios de extremidade**, onde A_s é a armadura calculada com o máximo momento fletor positivo do vão.

Para levar em conta a força a ancorar e se o apoio de extremidade tem largura suficiente para alojar as barras, usamos a TABELA 4, que fornece o número mínimo de barras que devem chegar ao apoio considerado. Por fim, para podermos calcular ρ_l , lembramos que deve haver ao longo de toda a viga, no mínimo dois pares de barras para se prestarem de **porta-estribos**, e quando for necessária uma segunda barra para completar o par inferior, ela deve ter diâmetro no mínimo igual ao diâmetro dos estribos desta região da viga.



$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \cdot 100 \quad (\text{em } \%)$$

onde:

$A_{sl} \text{ (cm}^2\text{)} =$ área da armadura longitudinal de tração à distância $2.h$ da face do apoio
 $d \text{ (cm)} =$ altura útil e $b_w \text{ (cm)} =$ largura da viga

B. Calcula-se τ_c , parcela da tensão de cisalhamento que a armadura longitudinal absorve, na região dos apoios (em kgf/cm^2):

$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}}$	na flexão simples
$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{\sigma_{cmd}}{f_{ck}}\right)$	na flexo-compressão, com $\sigma_{cmd} = N_{cd} / A_c$ (tensão média de compressão, de cálculo)
$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(1 - 9 \cdot \frac{\sigma_{tmd}}{f_{ck}}\right)$	na flexo-tração, com $\sigma_{tmd} = N_{td} / A_c$ (tensão média de tração, de cálculo)

onde o coeficiente ψ_1 é função de ρ_1 e tem os seguintes valores:

$\psi_1 = 0,24$	se $\rho_1 \leq 0,1\%$
$\psi_1 = 0,24 + 0,15 \cdot \rho_1$	se $0,1\% < \rho_1 < 1,5\%$ (interpola-se linearmente)
$\psi_1 = 0,45$	se $\rho_1 \geq 1,5\%$

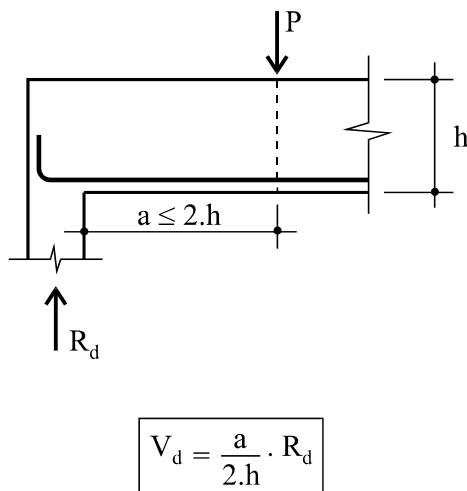
com as seguintes unidades: f_{ck} e τ_c em kgf/cm^2 ; ρ_1 em %

C. Calcula-se τ_{wd} , parcela de cálculo da tensão de cisalhamento que é absorvida pelo concreto:

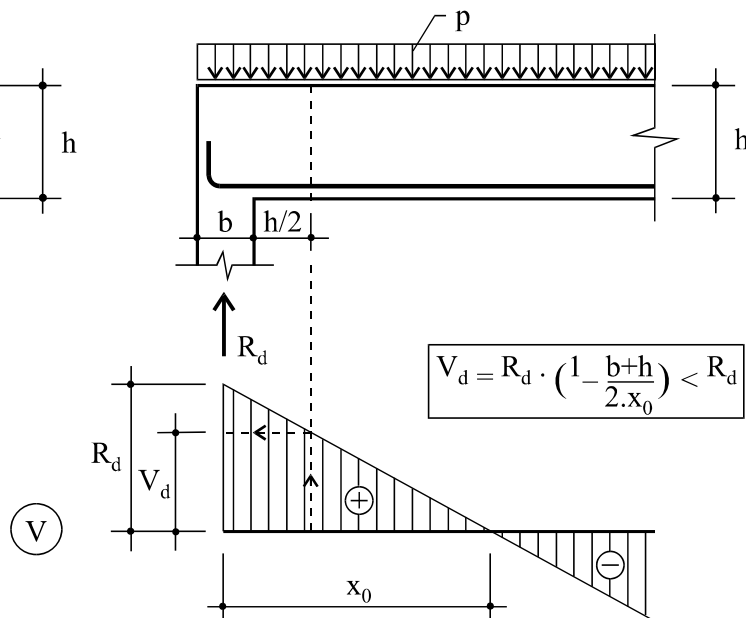
$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = \frac{1,4 \cdot V}{b_w \cdot d}$ (em kgf/cm^2)	b_w (cm) d (cm) V (kgf) = força cortante de serviço, com as reduções abaixo
---	--

O valor da força cortante V na expressão acima, é tirado diretamente do diagrama de esforços cortantes, e pode ter **reduções**, nas regiões próximas dos apoios extremos. Tem-se dois casos:

a) Carga concentrada



b) Carga distribuída



Verificação da compressão nas bielas de concreto: os valores de τ_{wd} são limitados pela Norma ($\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$), para prevenir a ruptura das bielas. No caso de vigas ou peças lineares, com $b_w \leq 5.h$, os valores limites de τ_{wu} são:

a) Estribos a 90° e barras dobradas a 45° : $\tau_{wu} = 0,25.f_{cd} \leq 45 \text{ kgf/cm}^2$

b) Estribos a 45° e barras dobradas a 45° : $\tau_{wu} = 0,30.f_{cd} \leq 55 \text{ kgf/cm}^2$

Nestas verificações, $\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} \leq \tau_{wu}$, onde V_d deve entrar sem as reduções acima citadas.

Caso estas condições não sejam obedecidas, a peça não resiste nem que aumentemos a armadura transversal, e a alternativa será a de aumentar as dimensões de sua seção transversal.

D. Calcula-se τ_d , tensão resultante de cisalhamento (em kgf/cm^2). É com esta tensão que se calcula os esforços causados pela força cortante:

$$\tau_d = 1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c \geq 0 \quad (\tau_{wd} \text{ com as reduções do item C})$$

E. Calcula-se então a área da armadura transversal. Considerando que a sua taxa vale

$$\rho_w = \frac{A_{sw90^\circ}}{b_w \cdot s} = \frac{A_{sw45^\circ} \cdot \sqrt{2}}{b_w \cdot s} = \frac{\tau_d}{f_{ywd}} \quad \text{onde } f_{ywd} = f_{ywk}/1,15 \text{ e } s \text{ é o espaçamento dos ferros,}$$

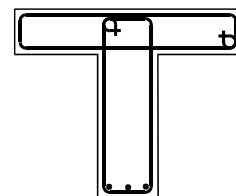
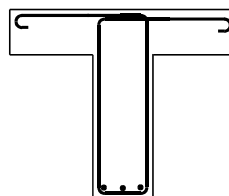
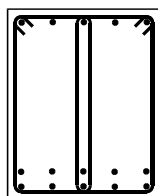
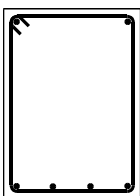
conclui-se que a seção de armadura transversal, por metro linear de viga será:

$$\frac{A_{sw90^\circ}}{s} = \frac{A_{sw45^\circ} \cdot \sqrt{2}}{s} = \frac{1,15}{f_{ywk}} \cdot b_w \cdot \tau_d \cdot 100 \quad (\text{em cm}^2/\text{m})$$

Os aços a serem utilizados nos estribos e barras dobradas devem ser escolhidos de tal maneira que a tensão na armadura f_{ywd} não exceda os valores abaixo:

$$\begin{aligned} \text{para estribos:} & \quad f_{ywd} \leq 435 \text{ Mpa (ou } 4437 \text{ kgf/cm}^2\text{)} \\ \text{para barras dobradas:} & \quad 0,7.f_{ywd} \leq 435 \text{ Mpa (ou } 4437 \text{ kgf/cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

A figura a seguir mostra algumas disposições dos estribos nas vigas:

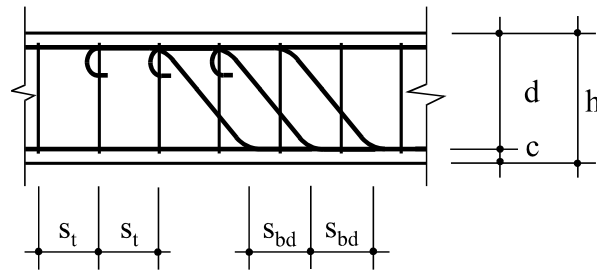


A Tabela abaixo fornece os valores da armadura transversal total A_{sw}/s e $(A_{sw}/s)_{min}$ em cm^2/m , para estribos a 90° e para barras dobradas a 45° , onde b_w deve entrar em cm e τ_d em kgf/cm^2 .

TIPO DO AÇO	ESTRIBOS a 90°		BARRAS DOBRADAS a 45°	
	A_{sw}/s_t	$(A_{sw}/s_t)_{min}$	A_{sw}/s_{bd}	$(A_{sw}/s_{bd})_{min}$
	cm^2/m	cm^2/m	cm^2/m	cm^2/m
CA-25	$0,046 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,25 \cdot b_w$	$0,032 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,18 \cdot b_w$
CA-32	$0,036 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,25 \cdot b_w$	$0,025 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,18 \cdot b_w$
CA-40	$0,029 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,14 \cdot b_w$	$0,020 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,10 \cdot b_w$
CA-50	$0,023 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,14 \cdot b_w$	$0,016 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,10 \cdot b_w$
CA-60	$0,019 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,14 \cdot b_w$	$0,013 \cdot b_w \cdot \tau_d$	$0,10 \cdot b_w$

Com o valor de A_{sw}/s , adota-se um diâmetro para os ferros. No caso de se empregar apenas **estribos verticais de 2 ramos**, entra-se na TABELA 3 e encontra-se na mesma linha o valor do espaçamento s_t . No caso de se usar também **barras dobradas a 45°** , pode-se usar a mesma Tabela, mas devemos notar que A_{sw}/s refere-se à área total da armadura transversal por metro linear de viga, e como é comum se fazer a armação em pares, o diâmetro de cada barra de aço é $A_{s1bd} = A_{sw}/2$, e o valor do espaçamento s_{bd} é dado pela expressão abaixo:

$$\left. \begin{aligned} \rho_w &= \frac{\tau_d}{f_{yd}} \\ A_{sw} &= \rho_w \cdot b_w \cdot s_{bd} \\ A_{sw} &= 2 \cdot A_{s1bd} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} s_{bd} &= \frac{2 \cdot A_{s1bd}}{\rho_w \cdot b_w} \quad \text{ou seja,} \quad s_{bd} = \frac{100 \cdot 2 \cdot A_{s1bd}}{A_{sw}/s} \end{aligned}$$



Veja os valores máximos do espaçamento s no item disposições construtivas da armadura transversal adiante.

F. Refinamento de cálculo do cisalhamento

Na maioria dos casos correntes, as forças cortantes são variáveis ao longo da viga e então o espaçamento dos estribos também deve variar. Em obras de pequeno porte, como as residenciais, etc., costuma-se adotar espaçamento único, calculado com a máxima força cortante. Já nas grandes obras ou então nos vários pavimentos-tipos de um edifício, obtém-se considerável economia de

estribos dividindo a viga em vários trechos e variando o espaçamento.

Procuramos então no diagrama de forças cortantes, o trecho onde se coloca a taxa mínima de armadura transversal. Como

$$\begin{aligned}(\rho_w)_{\min} &= 0,0025 \text{ para os aços CA-25 e} \\(\rho_w)_{\min} &= 0,0014 \text{ para os aços CA-50,60, e}\end{aligned}$$

$$(\rho_w)_{\min} = \frac{(\tau_d)_{\min}}{f_{yd}} \Rightarrow (\tau_d)_{\min} = (\rho_w)_{\min} \cdot f_{yd} \quad (I)$$

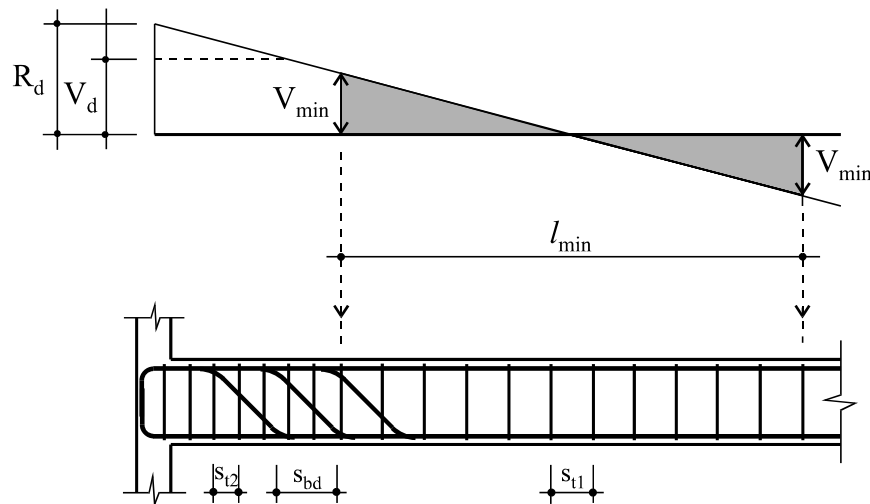
$$(\tau_d)_{\min} = 1,15 \cdot (\tau_{wd})_{\min} - \tau_c \quad (II)$$

$$(\tau_{wd})_{\min} = \frac{(V_d)_{\min}}{b_w \cdot d} = \frac{1,4 \cdot V_{\min}}{b_w \cdot d} \quad (III)$$

Substituindo (I) e (II) em (III), vem $V_{\min} = \frac{b_w \cdot d}{1,61} \cdot [(\rho_w)_{\min} \cdot f_{yd} + \tau_c]$ (em kgf)

onde $f_{yd} = f_{yk}/1,15$ e τ_c vem do item B anterior.

Marcamos este valor de V_{\min} no diagrama de forças cortantes, em cada lado de cada apoio, e por semelhança de triângulos, obtemos o comprimento l_{\min} do trecho onde se coloca a taxa mínima de armadura



transversal, com os valores de $(A_{sw}/s)_{\min}$ já calculados pela Tabela anterior. O valor do espaçamento s também obedece seus valores mínimos, descritos no item disposições construtivas adiante.

Nos outros trechos da viga colocamos os estribos com ou sem barras dobradas, dimensionados com o valor máximo da força cortante, com as reduções permitidas conforme o item C.

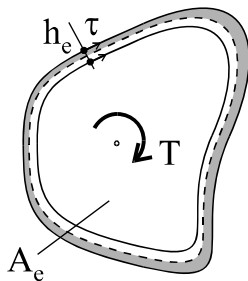
4.4- Cálculo das armaduras de torção - Seção qualquer

4.4.1- Introdução

A torção é na maioria das vezes calculada separadamente, e os esforços devidos à flexão, cisalhamento e à torção são superpostos, assim como as armaduras. Só se leva em conta a **torção livre**, desprezando os efeitos da **torção pura**, que causa o empenamento da seção transversal.

4.4.2- Tensões tangenciais devidas à torção para o concreto fissurado

a) Tensão na seção vazada



$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2 \cdot A_e \cdot h_e}$$

A_e = área limitada pela linha média da parede, incluindo a parte vazada

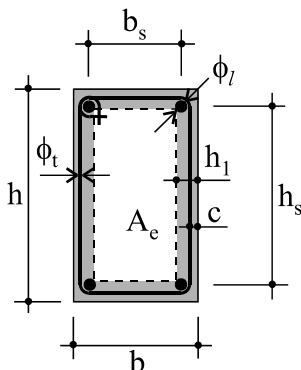
h_e = espessura da parede no ponto considerado

b) Tensão na seção cheia

Quando se inicia a fissuração, a colaboração do concreto do núcleo da seção é muito reduzida, e as seções cheias são calculadas como seções vazadas, com parede fictícia de espessura constante

h_1 ; a tensão tangencial de torção vale $\tau_{td} = \frac{T_d}{2 \cdot A_e \cdot h_1}$, com as regras seguintes:

b.1) Seções retangulares



- $h \geq b$

- b, h = lados do retângulo

- b_s, h_s = distâncias entre os eixos das barras da armadura longitudinal dos cantos

- $b_s = b - \phi_l - 2 \cdot (c + \phi_t)$ (ver item b.3.4)

- c = recobrimento da armadura

Para levar em conta o recobrimento relativo das armaduras, a seção vazada a considerar será a

seguinte:

1.º) Se $b_s \geq \frac{5}{6} \cdot b \Rightarrow h_1 = \frac{b}{6}$ o contorno externo da parede fictícia coincide com o contorno externo da seção, e então $A_e = 5.b.(h-b/6)/6$

2.º) Se $b_s < \frac{5}{6} \cdot b \Rightarrow h_1 = \frac{b_s}{6}$ a linha média da parede fictícia é o eixo das barras de canto da armadura longitudinal, e então $A_e = b_s.h_s$

b.2) Seções compostas de retângulos (L, T, Z, I, H, etc.)

Aplicam-se as regras anteriores para cada retângulo que compõe a seção, observando-se porém que:

- não serão consideradas as paredes comuns;
- quando num retângulo acontecer $h > 3.b$, adota-se $h = 3.b$.

c) Limitação das tensões tangenciais para não ocorrer o esmagamento das bielas de concreto.

c.1) Nas peças submetidas apenas à torção simples e com armaduras paralela e normal ao eixo da peça, devemos ter $\tau_{td} \leq \tau_{tu}$, onde o valor último da tensão de cálculo é

$$\tau_{tu} = 0,22.f_{cd} \leq 4 \text{ MPa (ou } 40,8 \text{ kgf/cm}^2\text{)}$$

c.2) Nas peças submetidas apenas à torção simples e com armadura inclinada a 45° , devemos ter $\tau_{td} \leq \tau_{tu}$, onde o valor último da tensão de cálculo é

$$\tau_{tu} = 0,27.f_{cd} \leq 5 \text{ MPa (ou } 51,0 \text{ kgf/cm}^2\text{)}$$

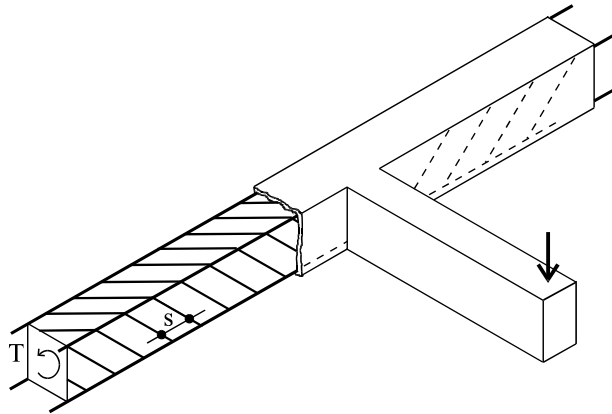
c.3) Nas peças submetidas à torção juntamente com flexão, deve ser obedecida também a relação abaixo, que leva em conta o cisalhamento:

$$\frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} + \frac{\tau_{td}}{\tau_{tu}} \leq 1 \quad \text{onde} \quad \left| \begin{array}{l} \tau_{wd} = V_d/b_w.d \\ \tau_{wu} = \left| \begin{array}{l} 0,25.f_{cd} \leq 45 \text{ kgf/cm}^2 \text{ para estribos a } 90^\circ \\ 0,30.f_{cd} \leq 55 \text{ kgf/cm}^2 \text{ para estribos a } 45^\circ \end{array} \right. \\ \tau_{td} \text{ e } \tau_{tu} \text{ com os mesmos significados anteriores} \end{array} \right.$$

4.4.3- Cálculo das armaduras de torção

Para estudar o comportamento à ruptura por torção simples de peças de concreto armado, faz-se uma analogia com uma treliça tridimensional, e a armadura é colocada totalmente na parede fictícia, de duas maneiras:

a) Armadura inclinada a 45° (helicoidal) sobre o eixo da peça. Este tipo de armadura é mais econômica porque não necessita das armaduras longitudinais, mas tem o inconveniente de ser de difícil execução. É usada no caso de tensões elevadas em seções vazadas de grandes dimensões.



$$\frac{A_{45^\circ}}{s} = \frac{T_d}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot A_e \cdot f_{ywd}}$$

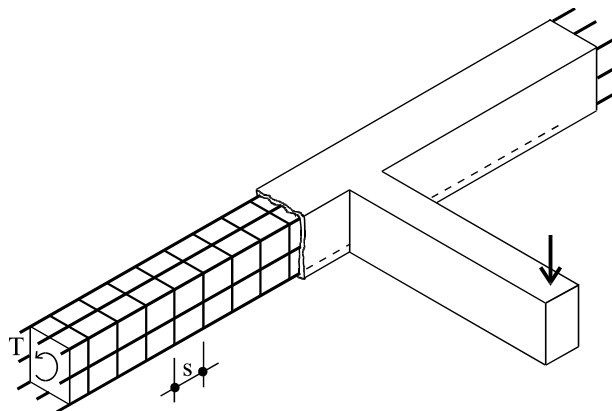
A_{45° = área da seção da barra inclinada a 45°

s = distância entre os eixos dos ramos da barra inclinada a 45°, medida paralelamente ao eixo da peça

b) Armadura composta de barras longitudinais e estribos normais ao eixo da peça. É o tipo de armadura mais usado na prática, onde se substitui as armaduras em hélice por uma rede de estribos (A_{90°) e ferros longitudinais (A_{sl}):

$$\frac{A_{90^\circ}}{s} = \frac{T_d}{2 \cdot A_e \cdot f_{ywd}}$$

$$\frac{A_{sl}}{u} = \frac{T_d}{2 \cdot A_e \cdot f_{yd}}$$



A_{90° = área da seção transversal de um ramo de um estribo normal ao eixo da peça

A_{sl} = soma das áreas das seções das barras longitudinais distribuídas ao longo do perímetro u

A_e = área limitada pela linha média da parede fictícia, incluindo a parte vazada

u = perímetro de A_e

s = afastamento entre os eixos dos estribos

Quando ocorrer na mesma peça torção mais flexão, e não se fizer o cálculo exato, permite-se determinar separadamente as armaduras para torção e para flexão e adicioná-las.

4.4.4- Prescrições regulamentares das armaduras de torção

a) A tensão de tração nos estribos normais, nas barras longitudinais ou nas barras helicoidais a 45° (f_{ywd}) não deve superar 4437 kgf/cm² (ou 435 Mpa), tendo em vista a pressão nos cantos dos estribos e a ancoragem das barras.

b) A taxa de armadura transversal de torção ρ_t é a razão entre o volume de armadura e o volume de concreto de um mesmo trecho da peça, e tem os seguintes valores mínimos:

$$\begin{aligned}(\rho_t)_{\min} &= 0,25 \% \text{ para os aços CA-25,32} \\(\rho_t)_{\min} &= 0,14 \% \text{ para os aços CA-40,50,60}\end{aligned}$$

c) Quando $\tau_{td} \geq 0,6 \cdot \tau_{tu}$, deve-se limitar o espaçamento da armadura transversal por

$$s_t \leq \begin{cases} 1/2 \text{ da menor dimensão da seção transversal da peça} \\ 1/3 \text{ da maior dimensão da seção transversal da peça} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

d) Em cada canto da armadura transversal de torção, quando não houver barras longitudinais previstas pelo cálculo, deve-se colocar barras de armação de bitola pelo menos igual à da armadura transversal, e não inferior a 10 mm.

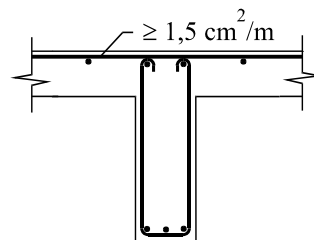
5. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS DAS VIGAS

5.1- Disposições construtivas da armadura transversal de cisalhamento

5.1.1- O diâmetro das barras dos estribos (ϕ_t) não deve ultrapassar 1/12 da largura da alma da viga, nem, exceto no caso de telas soldadas, ser inferior a 5 mm.

5.1.2- Deverão ser colocados estribos em toda a extensão das **peças fletidas** (exceto no caso do item 5.2.1 do capítulo Lajes), respeitados as quantidades e espaçamentos mínimos.

5.1.3- A armadura transversal das vigas de seção T ou caixão deve ser prolongada dentro da mesa, de modo a garantir a solidariedade da mesa com a nervura. Nas mesas de vigas de seção T, deve haver armadura perpendicular à nervura, que se estenda por toda a sua largura útil, com seção transversal de no mínimo $1,5 \text{ cm}^2$ por metro.



5.1.4- Tanto para **estribos verticais** como para **barras dobradas**, o espaçamento s deve obedecer as seguintes limitações:

$$\text{a) } s \leq \begin{cases} 0,5 \cdot d \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

b) Se houver armadura longitudinal de compressão (caso de armadura dupla) exigida pelo cálculo:

$$s \leq \begin{cases} 0,5.d \\ 30 \text{ cm} \\ 21 \cdot \phi \text{ para os aços CA-25,32} \\ 12 \cdot \phi \text{ para os aços CA-40,50,60} \end{cases} \quad \text{onde } \phi \text{ é o diâmetro da armadura longitudinal de compressão}$$

5.1.5- A ancoragem das barras da armadura transversal das vigas, é feito conforme o item 3.5.2 do capítulo Detalhes Executivos.

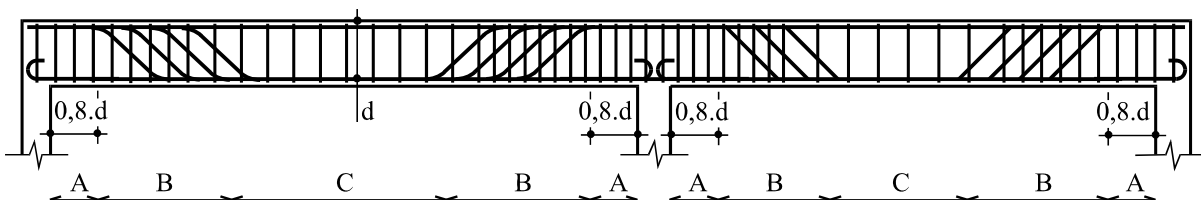
5.1.6- Nos cantos dos estribos fechados e nos ganchos dos estribos abertos, se não houver barras longitudinais determinadas pelo cálculo, devem ser colocadas barras de amarração (porta-estribos) de bitola pelo menos igual à do estribo.

5.1.7- A armadura transversal pode ser constituída só de **estribos**. Se houver **barras dobradas**, a estas não poderá caber mais de 60% do esforço total a absorver por toda armadura transversal. Os estribos verticais tornam-se ainda mais importantes nas regiões próximas aos apoios e nas regiões próximas de cargas concentradas, onde são maiores os esforços cortantes.

5.1.8- Recomenda-se que as barras dobradas fiquem distantes de $0,8.d$ da face interna do apoio, porque neste intervalo sua eficácia como armadura transversal é duvidosa, preferindo-se aí colocar apenas estribos verticais pouco espaçados.

Podemos agora dividir a viga nas regiões A, B e C, quanto à colocação da armadura transversal de cisalhamento:

- Região C: onde se coloca apenas os estribos verticais mínimos;
- Região B: onde se coloca estribos verticais (40%) e barras dobradas a 45° (60%);
- Região A: onde se coloca apenas estribos verticais pouco espaçados.



5.1.9- **Armadura de suspensão:** nas proximidades das cargas concentradas transmitidas à peça em estudo por vigas que nela se apoiem lateralmente ou fiquem nelas penduradas, deverá ser colocada uma armadura adequada de suspensão, calculada para o máximo esforço cortante V .

5.2- Disposições construtivas da armadura longitudinal de flexão

5.2.1- Ancoragem da armadura longitudinal de flexão

Tanto a ancoragem nos vãos como a ancoragem nos apoios, estão detalhadas minuciosamente no item 3.5.2.b do capítulo Detalhes Executivos. A seguir estão descritas algumas prescrições próprias das vigas.

Nas **vigas simples ou contínuas**, deve-se prolongar até os **apoios intermediários**, $\frac{1}{4}$ da área da máxima armadura de tração do meio do vão, e deve-se prolongar até os **apoios extremos**, $\frac{1}{3}$ dessa armadura.

Essas barras devem ultrapassar a face dos apoios de um comprimento igual a **10.φ**, respeitado o comprimento mínimo necessário de ancoragem. Quando não, prolonga-se um número maior de barras até o apoio considerado.

Ainda neste caso de apoios extremos, devemos verificar se o pilar ou o apoio têm largura suficiente para alojar todo o comprimento de ancoragem necessário.

Isto pode ser comprovado rapidamente através da TABELA 4, e como está explicado no item 3.5.2.b.3 do capítulo Detalhes Executivos.

Se ainda assim, mesmo respeitando o $(l_b)_{min}$, não houver espaço suficiente, devemos aumentar o número de barras que chegam ao apoio.

5.2.2- Porta-estribos

Lembramos que devemos ter sempre dois pares de barras para porta-estribos ao longo da viga (um par na parte inferior e um par na parte superior), sendo que no caso de ser necessária uma segunda barra para completar o par, ela deve ter seu diâmetro no mínimo igual ao diâmetro dos estribos desta região da viga.

5.2.3- Armadura negativa mínima de tração nos apoios extremos

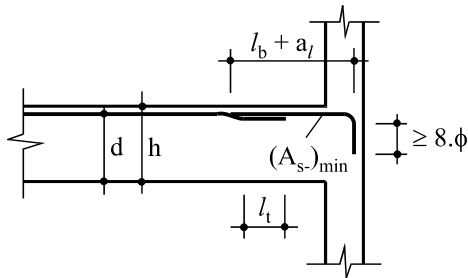
No esquema estrutural das vigas, tanto das simples como das contínuas, supõe-se na maioria das vezes que os apoios de extremidade sejam simples, com momento fletor negativo igual a zero.

Entretanto, para se evitar o aparecimento de fissuras localizadas nas fibras superiores, onde poderá ocorrer um "engastamento parcial" não previsto no cálculo, recomenda-se ancorar no apoio uma **armadura negativa mínima de tração**, com os valores abaixo:

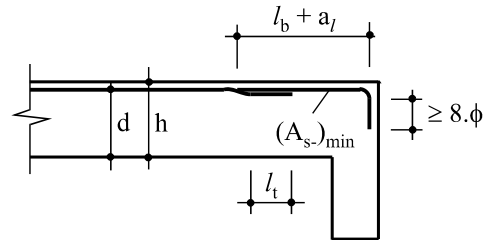
$$\begin{aligned}(A_{s-})_{min} &= 0,0025 \cdot b_w \cdot h && \text{(em cm}^2\text{) para os aços CA-25} \\(A_{s-})_{min} &= 0,0015 \cdot b_w \cdot h && \text{(em cm}^2\text{) para os aços CA-50,60}\end{aligned}$$

Esquemáticamente, temos dois casos, conforme o tipo de vinculação dos elementos (a_l é o valor da decalagem do diagrama de momentos fletores, 8ϕ é o prolongamento reto do gancho interno 90° adotado, e l_t é o comprimento da emenda).

a) Ligações entre vigas e pilares

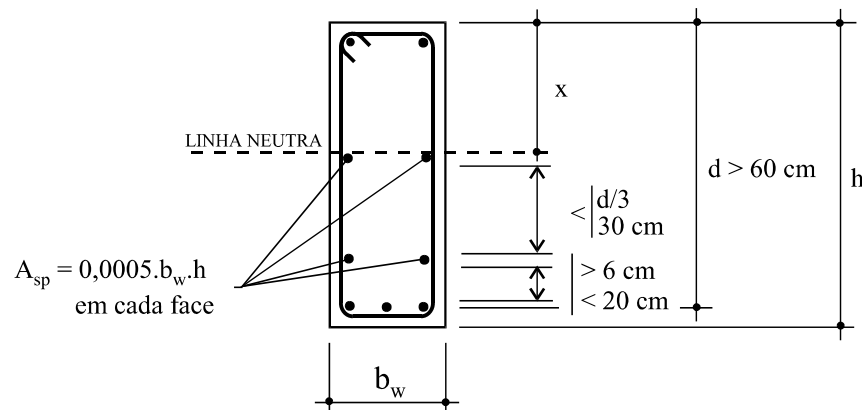


b) Ligações entre vigas ou entre vigas e lajes



5.2.5 - Armadura de pele

Quando a altura útil da viga ultrapassar 60 cm e o aço da armadura de tração for CA-40,50,60 deve dispor-se, longitudinalmente e próxima a cada face lateral da viga, na zona tracionada, uma **armadura de pele**, para auxiliar os estribos contra a fissuração do concreto nas faces da viga. Essa armadura, de aço com resistência igual ou superior à do aço da armadura de tração, deve ter, em cada face, seção transversal igual a **0,05% de $b_w \cdot h$** . O afastamento entre as barras não deve ultrapassar **$d/3$ e nem 30 cm**, e a barra mais próxima da armadura de tração deve desta distar **mais de 6 cm e menos de 20 cm**.



5.2.6- Emendas das barras

Sendo as vigas peças lineares e às vezes com comprimento que supera o comprimento comercial das barras de aço, é comum realizar-se emendas nessas barras. Sempre que possível, as emendas devem ser realizadas nos pontos de momento fletor nulo.

Maiores detalhes sobre emendas encontram-se no item 4 do capítulo Detalhes Executivos.

6. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS DAS VIGAS

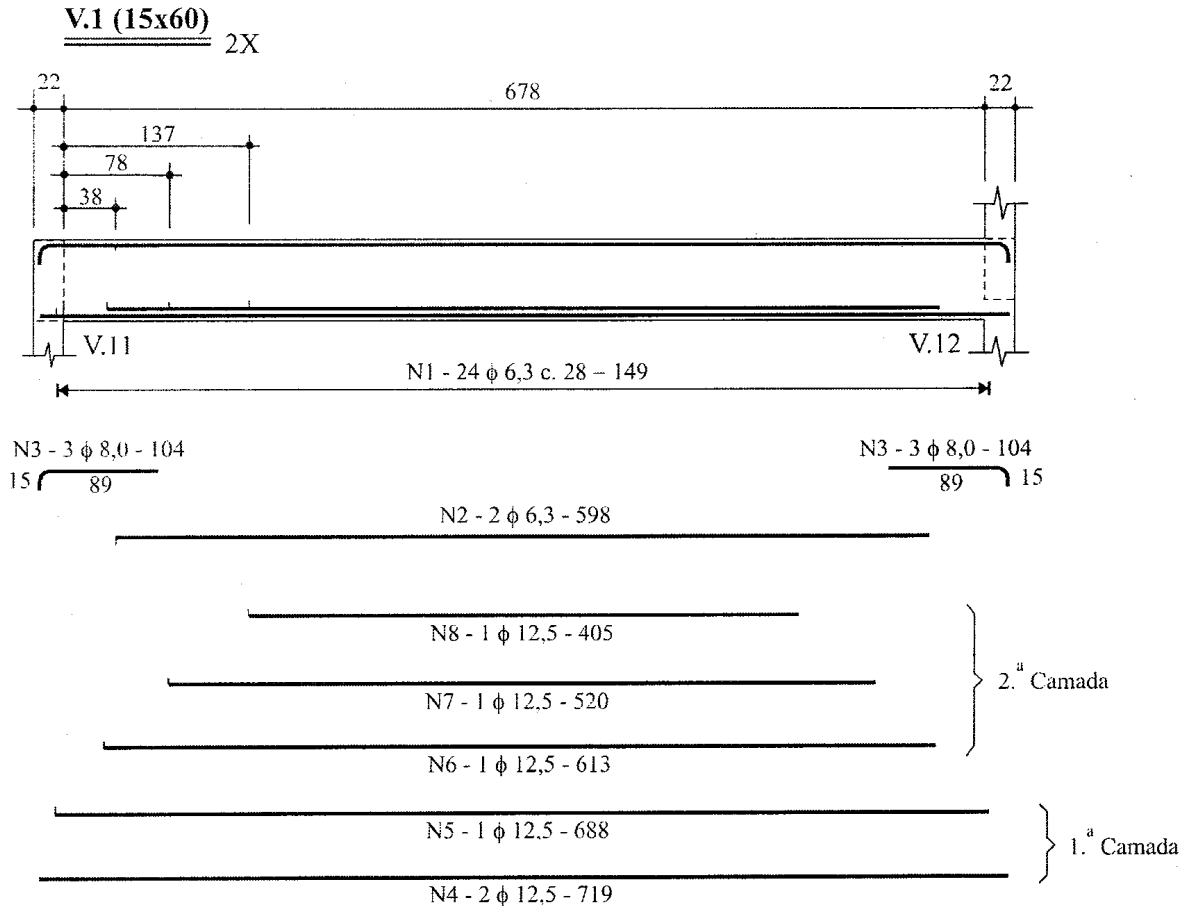
As etapas a serem seguidas para o detalhamento rigoroso das armaduras das vigas, após termos calculado sua altura, as forças cortantes, os momentos fletores máximos nos apoios e nos vãos, e suas armaduras correspondentes, são:

- Traçamos os diagramas de momentos fletores decalados (a_l) e de forças cortantes (ver item 3.5.1 do capítulo Detalhes Executivos;

- Verificamos os valores de ρ_l (item 4.3.2) para cada lado de cada apoio, considerando quantas barras devem ser prolongadas aos apoios intermediários ($1/4$) e aos apoios extremos ($1/3$), se os apoios de extremidade têm largura suficiente para alojar os comprimentos de ancoragem (TABELA 4), e se há barras suficientes para se prestarem de porta-estribos;

- Para cada barra de aço, marcamos os **comprimentos de ancoragem** no diagrama de momentos fletores, de acordo com o item 3.5.2 do capítulo Detalhes Executivos;

- Escolhemos e numeramos cada barra de aço, detalhadas em ordem crescente de bitola, com mostram as figuras abaixo. Note que para diferenciar os ferros positivos dos negativos, seus nomes são escritos abaixo e acima deles, respectivamente, como também podemos por marcas em suas extremidades.

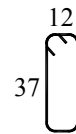


Estribos da viga acima:

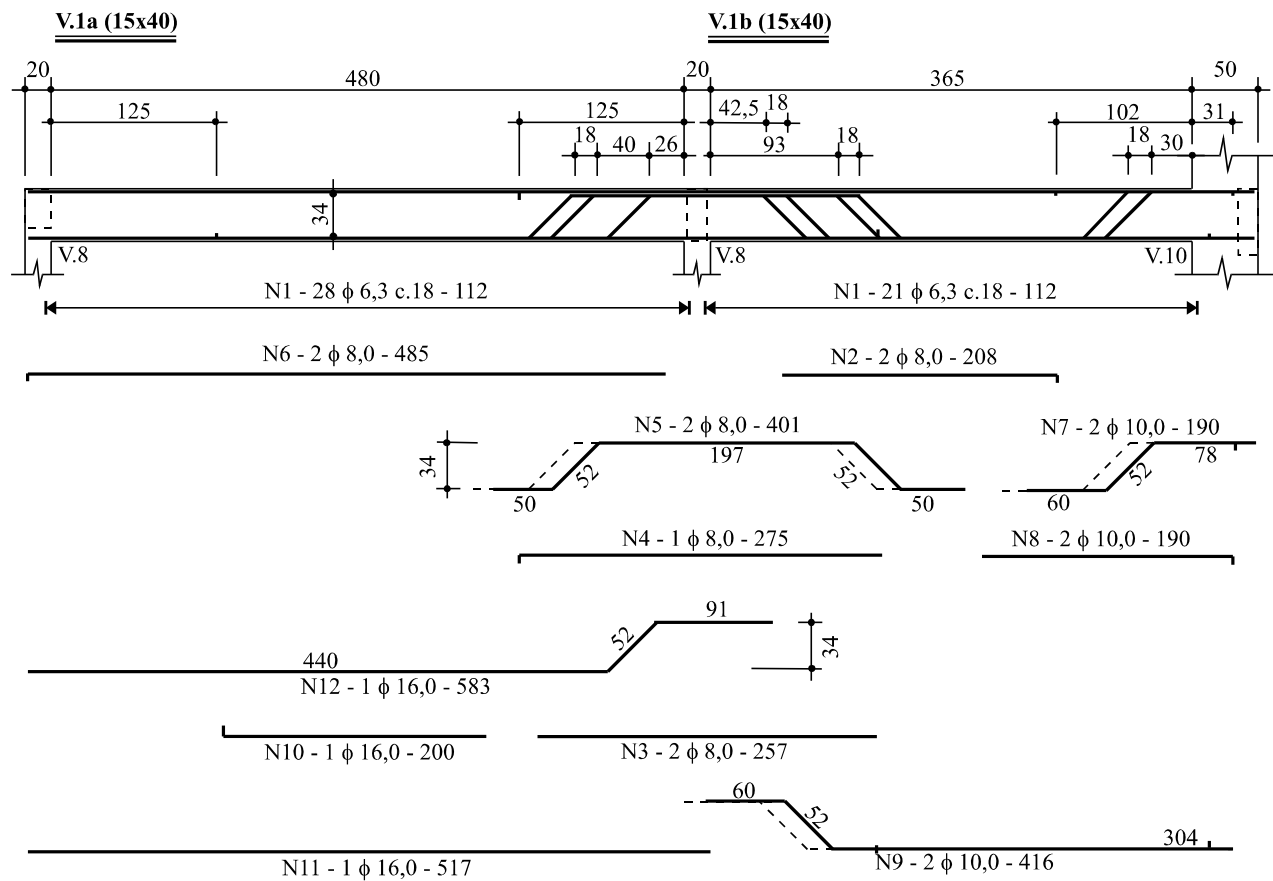
ESTRIBOS ESC. 1:25

N1 - 48 Ø 6,3 - 149

Estribos da viga abaixo:

ESTRIBOS ESC. 1:25

N1 - 49 Ø 6,3 - 109



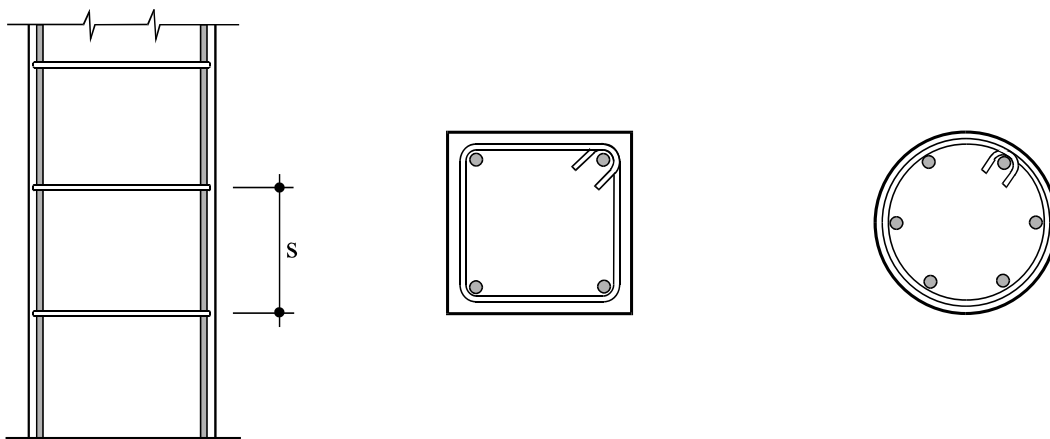
PILARES

1. INTRODUÇÃO

Pilares ou colunas são elementos estruturais que tem a função de transportar as cargas que atuam nas estruturas até às fundações, sendo por isto, peças de grande responsabilidade.

Na maioria dos casos, a solicitação normal é predominante, e as seções transversais podem estar submetidas à compressão simples, flexão composta ou flexão oblíqua.

As seções podem ter várias formas, mas as mais usadas e mais fáceis de se executar são as quadradas, retangulares e circulares, como mostra a figura abaixo.



2. CARREGAMENTOS DOS PILARES

Nos edifícios, os pilares recebem as cargas das vigas, que por sua vez, suportam as cargas das lajes (permanentes e acidentais). As principais cargas que atuam nos pilares são:

- reações das vigas;
- peso próprio;
- cargas horizontais do vento;
- reservatório superior de edifícios (caixa d'água);
- casa de máquinas de elevadores;
- cargas de fôrros, coberturas e terraços, quando se apoiam diretamente nos pilares.

2.1- Reações das vigas nos pilares

As cargas que atuam nos pilares de edifícios, devido às reações das vigas, podem ser determinadas durante o cálculo das vigas contínuas, em sua etapa isostática, com o roteiro dado no ANEXO.4.

Quando se tratar de edifícios de mais de três andares, a Norma Brasileira permite, no cálculo das cargas dos pilares, que se reduza a sobrecarga de 20% no quarto pavimento a contar de cima, de 40% no quinto e de 60% no sexto e seguintes.

2.2- Peso próprio dos pilares (P)

2.2.1- Dimensões mínimas

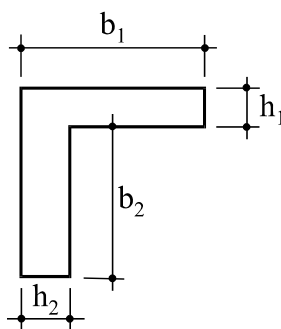
Na maioria dos casos, as dimensões da seção são pré-estabelecidas por questões arquitetônicas, já que os pilares situam-se quase sempre no cruzamento de vigas e de paredes, ficando aí embutidos.

A menor dimensão dos pilares não cintados não deve ser inferior a 20 cm, nem a 1/25 da sua altura livre.

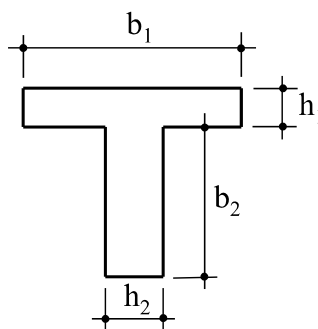
Se os pilares suportarem lajes cogumelos, esses limites passam a ser 30 cm e 1/15, devendo ainda a espessura em cada direção não ser inferior a 1/20 da distância entre eixos dos pilares nessa direção.

Quando não se tratar de pilar que suporte laje cogumelo, os limites acima poderão ser reduzidos, desde que se aumente o coeficiente de segurança γ_f , de 1,4 para 1,8, nos seguintes casos:

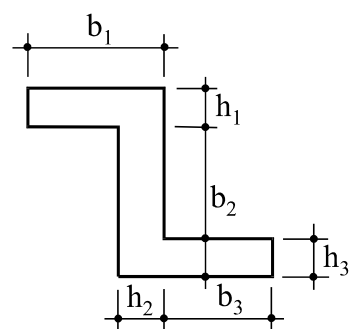
a) pilares de seção transversal, com raio de giração não menor do que 6 cm (vide item 3.1), composta de retângulos (cantoneiras, zês, tês, duplos tês, U, I, etc.), cada um dos quais com largura não inferior a 10 cm nem a 1/15 do respectivo comprimento;



$$i_{\min} > 6 \text{ cm}$$

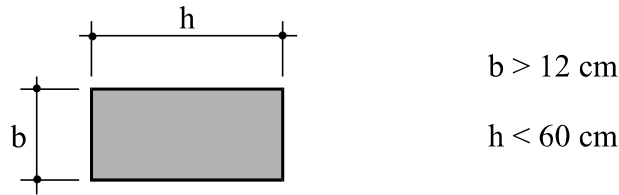


$$h < b$$



$$h \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ b/15 \end{cases}$$

b) pilares de seção transversal retangular com largura não inferior a 12 cm e comprimento não superior a 60 cm, considerando no seu cálculo a flexão oriunda das ligações com lajes e vigas e a flambagem conjunta dos pilares superpostos, isto é, devem ser calculados à flexão composta considerando a excentricidade de 2.^a ordem.



2.2.2- Peso próprio dos pilares (P)

É estimado após se adotar sua seção transversal. Sendo o peso específico do concreto armado de $2,5 \text{ tf/m}^3$, o peso do pilar de seção $b \times h$ e de comprimento l é:

$$P = 2,5 \cdot b \cdot h \cdot l \quad (\text{em tf})$$

2.3- Cargas do vento nos pilares

Devem ser consideradas em cada caso particular, junto com os esforços que recaem no pilar, como momentos flettores, etc. Podem ser estimadas pelo ANEXO 3, item 2.2.b.

2.4- Outras cargas

Além das lajes cogumelos, as outras cargas que podem atuar nos pilares são avaliadas nos itens de 1.2 a 1.6 do ANEXO 3.

3. CÁLCULO DOS ESFORÇOS NOS PILARES

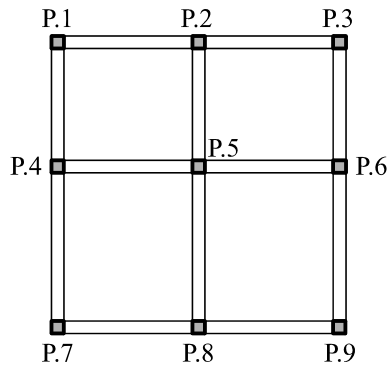
Quando se calcula um pilar isolando-o das vigas e lajes, quase sempre se supõe que a carga é centrada. A rigor, com os sistemas construtivos atuais, é praticamente impossível ter-se um pilar sob a ação de carga normal sem nenhuma excentricidade. Também são comuns os casos de carregamentos excêntricos, como por exemplo, duas lajes adjacentes com cargas muito desequilibradas, originando torção nas vigas de apoio, que causam momentos nos pilares.

A norma NBR-6118 estabelece que sempre se deve considerar uma excentricidade accidental, do ponto de aplicação da força normal que atua nos pilares. Desta maneira, nunca teríamos compressão simples, mas sim *flexão normal* ou *flexão oblíqua*, o que aumentaria consideravelmente a quantidade do aço das armaduras longitudinais.

Para levar em conta as perigosas consequências de eventuais flambagens, são feitas limitações nos comprimentos dos pilares, através do seu índice de esbeltez (λ).

Na aplicação prática dos conceitos acima, costuma-se classificar os pilares dos edifícios correntes em três tipos: *intermediários*, *extremos* e *de canto*, cada um com seu método próprio de cálculo,

como vemos na figura abaixo.

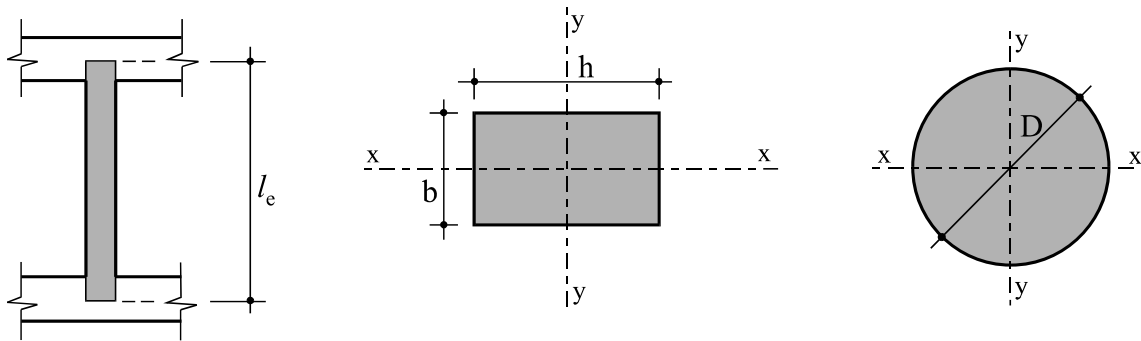


- intermediário: P.5
(compressão simples)
- extremos: P.2, P.4, P.6 e P.8
(flexão normal composta)
- de canto: P.1, P.3, P.7 e P.9
(flexão oblíqua composta)

Todavia, considerando estes dois fatores - excentricidade accidental e índice de esbeltez - a NBR-6118 permite simplificações nos cálculos. Dentro de certos limites do índice de esbeltez, a Norma fornece coeficientes de majoração do esforço normal, que compensam os efeitos de flexão causados pela excentricidade da carga. Desta maneira, aproveita-se melhor a resistência à compressão do concreto e os cálculos à flexão normal e à flexão oblíqua são facilitados, na maioria dos casos que aparecem na prática.

3.1- Índice de esbeltez, raio de giração e comprimento de flambagem

A capacidade do pilar flambar é medida através de seu índice de esbeltez. Tomamos sempre este índice com seu maior valor, isto é, calculado em relação à direção do eixo da seção em que a peça tem maior facilidade para flambar.



Na seção retangular acima, percebe-se que o pilar pode flambar com mais facilidade em relação ao eixo x-x. Define-se o **índice de esbeltez** λ por:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad \text{onde} \quad \left| \begin{array}{l} l_e = \text{comprimento de flambagem do pilar} \\ i = \text{raio de giração (em relação ao eixo que gera seu menor valor)} \end{array} \right.$$

O **raio de giração** i , por definição, vale:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

onde

A = área da seção do pilar

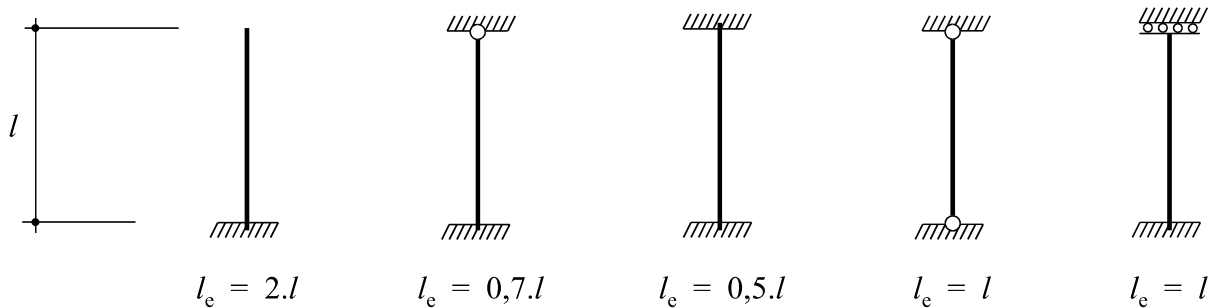
- para seção retangular: $A = b.h$

I = momento de inércia (em relação ao eixo que gera seu menor valor – eixo x-x da figura acima)

- para seção retangular: $I = h.b^3/12$

- para seção circular: $I = \pi.D^4/64$

O **comprimento de flambagem** l_e é a distância entre pontos de momento nulo, e varia conforme as condições de vinculação do pilar:



Nos edifícios, as condições de intertravamento dos pilares oferecidas pelas lajes e vigas são bastante rígidas, mas ainda estão longe de ser **engastamentos perfeitos**. Como as vigas geralmente têm rigidez igual ou superior à dos pilares, classifica-se estes engastamentos como **elásticos**, e adota-se

$$l_e = l$$

sendo l a distância entre os eixos das vigas.

3.2- Valores do raio de giração (i) e do índice de esbeltez (λ)

3.2.1- Para seção retangular $b \times h$:

$$i = \frac{b}{3,465} \Rightarrow \lambda = 3,465 \cdot \frac{l_e}{b}$$

(b é o menor lado)

3.2.2- Para seção circular de diâmetro D :

$$i = \frac{D}{4} \Rightarrow \lambda = 4 \cdot \frac{l_e}{D}$$

4. DIMENSIONAMENTO DOS PILARES

Dimensionar um pilar significa determinar sua seção de concreto, sua armadura longitudinal e sua armadura transversal (estribos), lembrando que esta última também pode ser uma armadura de cintamento, tipo elicoidal (pilares cintados).

4.1- Classificação dos pilares

Determinado o valor do índice de esbeltez (λ) para os dois eixos x-x e y-y, de acordo com os itens 3.1 e 3.2, classificamos os pilares em:

- pilares curtos, se $\lambda \leq 40$
- pilares moderadamente esbeltos, se $40 < \lambda \leq 80$
- pilares esbeltos, se $80 < \lambda \leq 140$
- pilares excessivamente esbeltos, se $140 < \lambda \leq 200$

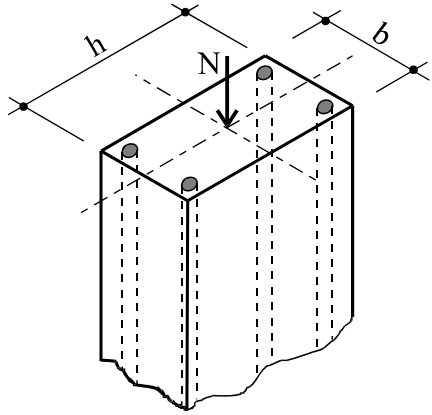
Estes limites de λ é que definem o método de cálculo a ser adotado. Para **seções retangulares**, a Tabela ao lado esclarece estes limites para valores usuais do comprimento de flambagem l_e (em metros) e do menor lado da seção transversal h (em cm).

$l_e \backslash h$	12	15	20	25	30	40	50	60
2,50	72	57	43	35	29	22	17	14
3,00	87	69	52	42	35	26	21	17
3,50	101	81	61	48	40	30	24	20
4,00	115	92	69	55	46	35	28	23
5,00	144	115	87	69	58	43	35	29
6,00	173	139	104	83	69	52	42	35
7,00	202	162	121	97	81	61	48	40
8,00	231	185	139	111	92	69	55	46

4.2- Cálculo da armadura longitudinal (A_s)

4.2.1- Pilares curtos ($\lambda \leq 40$) - PILARES INTERMEDIÁRIOS DE EDIFÍCIOS

Ainda que a carga seja rigorosamente centrada, a NBR-6118 recomenda que se leve em conta uma excentricidade accidental, e podemos com isto desprezar o efeito das deformações. Sendo o valor de λ (para o eixo que resulta o menor I , ou seja, para as condições críticas do pilar poder flambar) menor ou igual a 40, pode-se substituir o efeito desta excentricidade que causaria a flambagem, majorando a carga vertical N , que além de seu coeficiente de segurança normal γ_f , passa a ter um coeficiente adicional λ_n . Pela figura abaixo, a equação de equilíbrio fica:



$$\gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N = (A_c - A_s) \cdot \sigma_{cd} + A_s \cdot \sigma_{sd}$$

sendo $A_c = b \cdot h$ a área de concreto e A_s a área total das seções dos ferros longitudinais,

de onde resulta o valor da taxa de armadura transversal:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \Rightarrow \rho = \frac{\gamma_n \cdot \gamma_f \cdot \sigma_c - \sigma_{cd}}{\sigma_{sd} - \sigma_{cd}}$$

Os termos desta fórmula tem os valores abaixo. Lembramos que nos cálculos onde a escolha da área de concreto A_c é livre, podemos estimá-la através da fórmula de $(A_c)_{nec}$, encontrada no final deste item.

$$\gamma_n = 1 + \frac{6}{b} \geq 1,10$$

$$\gamma_f = 1,4 \text{ (ou } 1,8)$$

$$\sigma_c = \frac{N}{b \cdot h} = \frac{N}{A_c}$$

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4}$$

$$\sigma_{sd}$$

onde b é o menor dos lados do retângulo circunscrito à seção

coeficiente de majoração da carga de serviço N (ver item 2.2.1)

tensão de compressão no concreto

tensão de cálculo de compressão no concreto

tensão de cálculo no aço que provoca deformação unitária de 0,2% (quando o concreto também atinge σ_{cd}). Seus valores são tirados do Quadro abaixo, onde:

f_{yk} = tensão de escoamento mínima ou valor característico do aço

f_{yd} = tensão de cálculo no aço = f_{yk}/γ_s

$\gamma_s = 1,25$ para os aços CA-25,32

$\gamma_s = 1,15$ para os aços CA-40,50,60

TIPO DO AÇO	f_{yk} kgf/cm ²	f_{yd} kgf/cm ²	σ_{sd} kgf/cm ²
CA-25	2500	2150	2170
CA-32	3200	2800	2780
CA-40A	4000	3478	3478
CA-40B	4000	3478	3000
CA-50A	5000	4350	4200
CA-50B	5000	4350	3500
CA-60B	6000	5220	4000

Com estes valores entramos na fórmula acima e calculamos o valor de ρ . Se resultar $\rho < 0$, significa que a seção de concreto está superdimensionada e não necessita de aço, e então colocamos apenas a armadura mínima, determinada adiante.

Obtendo $\rho > 0$ e sabendo que $\rho = A_s/A_c$, e $A_c = b \cdot h$, a área da seção da armadura longitudinal será:

$$A_s = \rho \cdot b \cdot h \quad (\text{em cm}^2)$$

Esta armadura deve situar-se no intervalo 0,8% - 6%, sendo que no caso de pilares curtos ($\lambda \leq 40$), a **armadura mínima** tem outros limites:

$$\text{Se } \lambda \leq 30 \quad \Rightarrow \quad (A_s)_{\min} = 0,5\% \cdot (A_c)_{\text{real}}$$

$$\text{Se } 30 < \lambda \leq 40 \quad \Rightarrow \quad (A_s)_{\min} = 0,8\% \cdot (A_c)_{\text{nec}} \geq 0,5\% \cdot (A_c)_{\text{real}}$$

ou seja, a taxa ρ deve ser sempre maior que 0,005, e $(A_c)_{\text{real}} = b \cdot h$ é a área adotada da seção transversal do pilar.

A área $(A_c)_{\text{nec}}$ é a área da seção de concreto teoricamente necessária. É calculada pela expressão abaixo, onde se considera $\rho = 0,008$.

$$(A_c)_{\text{nec}} = \frac{\gamma_n \cdot N_d}{0,992 \cdot \sigma_{cd} + 0,008 \cdot \sigma_{sd}} \quad \text{onde} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma_n = 1 + \frac{6}{b} \geq 1,10 \quad (\text{onde } b \text{ é o menor lado}) \\ N_d = \gamma_f \cdot N = 1,4 \cdot N \quad (\text{ou } 1,8 \cdot N - \text{item 2.2.1}) \\ \sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{ck} / 1,4 \\ \sigma_{sd} \text{ é tirado do Quadro anterior} \end{array} \right.$$

4.2.2- Pilares moderadamente esbeltos ($40 < \lambda \leq 80$)

a) Flexão normal composta - PILARES DE EXTREMIDADE DE EDIFÍCIOS

Estes pilares podem ser calculados de duas maneiras, dependendo do valor do coeficiente $\nu = N_d / A_c \cdot f_{cd}$, onde $f_{cd} = 0,85 \cdot f_{ck} / 1,4 \geq 0,5$.

Se $\nu \geq 0,7$, o cálculo pode ser feito como **compressão simples**, como veremos no **item a.2** adiante.

a.1) Cálculo expedito quando $0,5 \leq \nu < 0,7$

Neste caso, o dimensionamento dos pilares leva em conta excentricidades acidentais e o cálculo é feito por **flexão normal composta**, considerando os momentos de 1.^a e de 2.^a ordem.

O roteiro de cálculo é o seguinte:

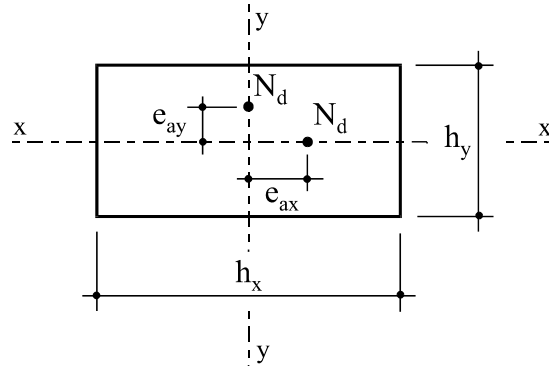
A. Calcula-se o valor do índice de esbeltez λ .

B. Admite-se uma excentricidade acidental e_{ax} ou e_{ay} do ponto de aplicação da carga, na direção do eixo de menor momento de inércia, ou seja, da direção mais crítica.

- h_x e h_y são as maiores dimensões da seção do pilar, nas direções em que se considera a excentricidade.

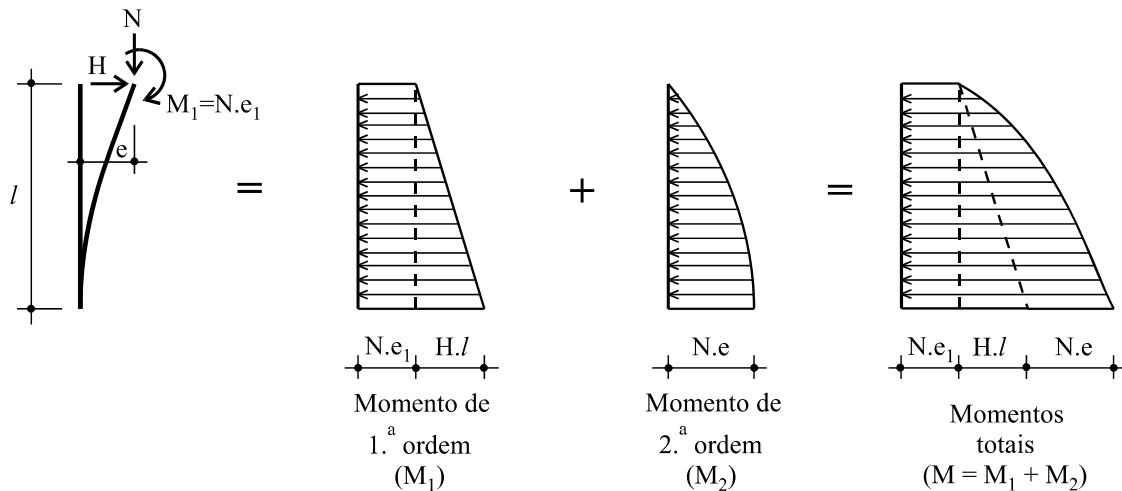
- e_{ax} e e_{ay} são os valores mínimos. Se, por motivos de projeto irão ocorrer outras excentricidades, deve-se somar os valores. Os valores mínimos são:

$$e_{ax}, e_{ay} \geq \begin{cases} h_x/30 \\ 2 \text{ cm} \\ h_y/30 \end{cases}$$



C. Calculam-se os momentos de cálculo de 1.^a e de 2.^a ordens (M_{1d} e M_{2d}):

Da resistência dos materiais sabemos que quando a carga N não é rigorosamente centrada, a tensão de compressão no pilar é de $\sigma = N/A \pm M/W$, em que se admite a existência de uma excentricidade e que causa um momento $M = N \cdot e$.



O momento M_1 surge quando se faz o transporte da carga N para o centro da seção transversal, e então:

$$M_{1d} = N_d \cdot e_a \quad \text{onde} \quad \begin{cases} e_a \text{ é a maior excentricidade entre } e_{ax} \text{ e } e_{ay} \\ N_d = 1,4 \cdot N \text{ (ou } 1,8 \cdot N \text{ - item 2.2.1)} \end{cases}$$

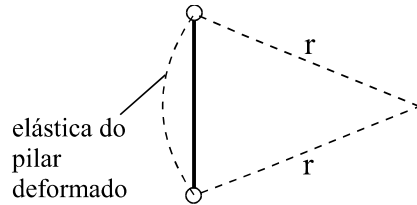
O momento M_2 leva em conta o efeito de deformação (flambagem):

$$M_{2d} = N_d \cdot e_2 \quad \text{onde } e_2 \text{ é a excentricidade de 2.ª ordem com o valor } e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r},$$

e substituindo vem:

$$M_{2d} = \frac{N_d \cdot l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$$

$N_d = \text{carga de projeto} = 1,4 \cdot N \text{ ou } 1,8 \cdot N \text{ (item 2.2.1)}$
 $l_e = \text{comprimento de flambagem}$
 $r = \text{raio de curvatura da linha elástica do pilar deformado}$



$$\frac{1}{r} = \text{curvatura do eixo da peça}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(v + 0,5) \cdot b}$$

onde $v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$, e se a condição $(v + 0,5) \geq 1$ não for obedecida, adota-se $(v + 0,5) = 1$.

b é o menor lado da seção

$E_s = 2.100.000 \text{ kgf/cm}^2$

D. Calcula-se o momento total de cálculo:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

E. Com os valores de N_d e M_d , calculam-se os valores dos coeficientes adimensionais v e μ :

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \mu = \frac{M_d}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}} \quad \text{com } f_{cd} = \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{1,4}$$

Entramos nas TABELAS de 11 a 13 e determinamos o valor de ρ' (taxa de armadura longitudinal do pilar), de acordo com o tipo do aço e posicionamento da armadura simétrica adotados, se nos dois ou nos quatro lados do pilar.

Estas TABELAS foram confeccionadas para concreto de resistência f_{ck} qualquer. Para um concreto específico, o valor de ρ a ser considerado é:

$$\rho = \frac{\rho' \cdot f_{ck}}{100} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em tf/cm}^2 \text{ e } \rho' \text{ em \%}$$

F. Calcula-se finalmente a área da seção transversal da armadura longitudinal do pilar:

$$A_s = \rho \cdot A_c$$

Esta área é a total; a taxa ρ deve ser menor que 6% e A_s deve ser maior que a armadura mínima $(A_s)_{min}$, dada no item G a seguir. Resta agora fazer a distribuição das barras de acordo com a disposição existente na Tabela escolhida, quando se tratar de seção transversal retangular.

G. Se entrarmos nas Tabelas com os valores de ν e μ e cairmos na “**faixa de armadura mínima**”, procedemos conforme determina a Norma NBR-6118:

$$\text{Se } \lambda \leq 30 \quad \Rightarrow \quad (A_s)_{min} = 0,5\% \cdot A_c$$

$$\text{Se } 30 < \lambda \leq 80 \Rightarrow \quad (A_s)_{min} = 0,8\% \cdot (A_c)_{nec} \geq 0,5\% \cdot A_c$$

onde a área A_c é a área adotada (real) da seção transversal, e $(A_c)_{nec}$ é a mesma área já vista no item 4.2.1.

a.2) **Cálculo simplificado quando** $\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \geq 0,7$

Neste caso o pilar pode ser calculado à compressão simples, majorando-se a força normal de um coeficiente

$$\gamma_n = 1 + \frac{k \cdot e}{b} \geq 1,10$$

com $e = e_a + e_2$, onde e_a e e_2 tem os mesmos significados dos itens B e C anteriores, e

$k = 3$ para seções retangulares com pelo menos $2/3$ da armadura dispostos ao longo das bordas perpendiculares ao lado de altura b ;

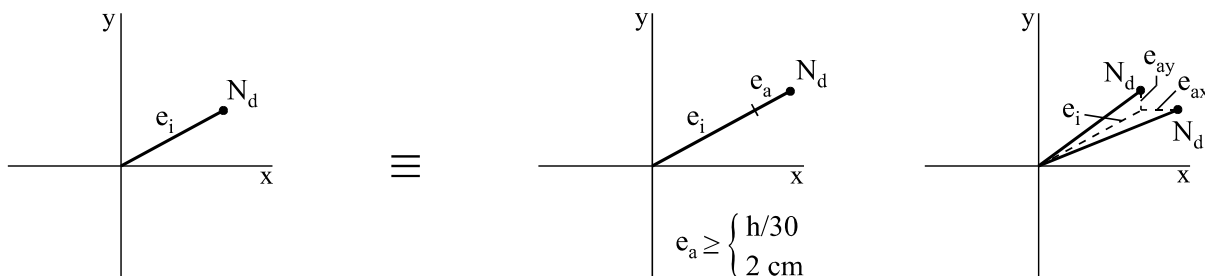
$k = 4$ para as demais seções retangulares e para as seções circulares;

b e e_a são medidas na direção correspondente à maior esbeltez, da mesma maneira anterior.

b) Flexão normal oblíqua - PILARES DE CANTO DE EDIFÍCIOS

A norma NBR-6118 nos orienta que quando N_d agir fora dos eixos principais, calcular-se-á à flexo-compressão oblíqua com a excentricidade $(e_i + e_a)$, considerando-se a excentricidade acidental e_a na mesma direção de e_i (ver figura abaixo); verificar-se-á também a seção separadamente com os dois momentos oblíquos devidos à consideração da decomposição da excentricidade e_a

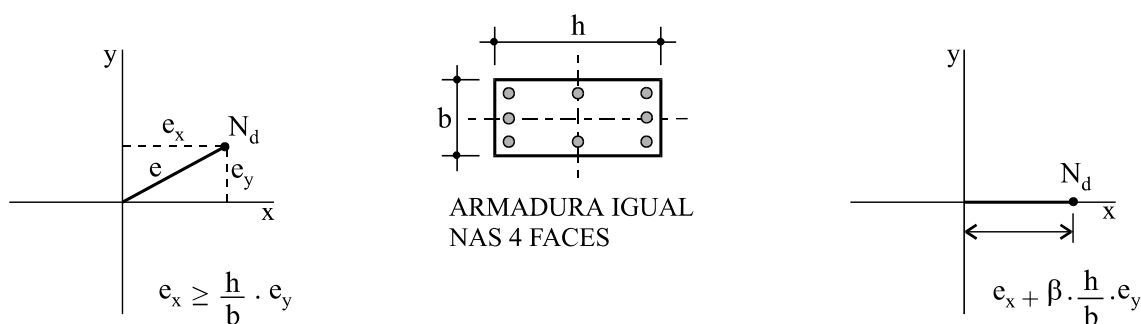
em e_{ax} e e_{ay} , na forma indicada na figura abaixo.



SITUAÇÃO SUPOSTA
NO PROJETO

SITUAÇÃO PARA O CÁLCULO

Pode-se simplificar os cálculos no caso de **seção retangular com armadura igual nos quatro lados**, substituindo a flexo-compressão oblíqua por uma flexo-compressão normal equivalente, em uma direção principal, com a excentricidade $(e_x + \beta \cdot e_y \cdot h/b)$ em que e_x e e_y são as projeções de e sobre os eixos principais, considerando-se **direção x** aquela em que $e_x \geq e_y \cdot h/b$, de acordo com a figura abaixo. O valor de β é dado na Tabela a seguir, onde devemos entrar com os valores de ω e γ , calculados pelas fórmulas indicadas.



SITUAÇÃO PARA O CÁLCULO

SITUAÇÃO EQUIVALENTE

VALORES DE β

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\gamma = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$\omega \backslash \gamma$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
0	0,31	0,46	0,53	0,57	0,57	0,51	0,41	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,25	0,57	0,69	0,76	0,76	0,67	0,61	0,55	0,50	0,42	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,50	0,66	0,79	0,85	0,83	0,73	0,68	0,63	0,58	0,52	0,48	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,75	0,74	0,83	0,88	0,86	0,78	0,73	0,68	0,63	0,60	0,55	0,51	0,47	0,40	0,40	0,40
1,00	0,80	0,87	0,91	0,89	0,80	0,76	0,72	0,69	0,65	0,61	0,58	0,53	0,50	0,46	0,40

4.2.3 - Pilares esbeltos ($80 < \lambda \leq 140$)

Neste caso deve-se levar em conta os efeitos da deformação lenta do concreto, na determinação dos esforços solicitantes, como estipulado na norma NBR-7197.

4.2.4- Pilares excessivamente esbeltos ($140 < \lambda \leq 200$)

Neste caso a NBR-6118 determina que a segurança deverá ser demonstrada pelo *processo exato* (item 4.1.1.3B), considerando as deformações imediatas e lentas, levando em conta a vibração se for o caso, e a força normal N_d será determinada com $\gamma_f = 1,4 + 0,01 (\lambda - 140)$.

O processo exato considera a relação momento-curvatura, baseada nos diagramas $\sigma \times \epsilon$ do concreto e do aço.

4.3- Cálculo da armadura transversal (estribos)

A principal função dos estribos é combater uma eventual flambagem da armadura longitudinal, além de permitir a colocação da armadura dentro das formas na sua posição correta, com função de intertravamento da mesma, e também resistir aos esforços transversais de tração, causados pela compressão longitudinal.

Então sua quantidade mínima e espaçamento são estabelecidos por razões construtivas, como descrito no item 5.2.

5. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS DOS PILARES

5.1- Disposições construtivas da armadura longitudinal

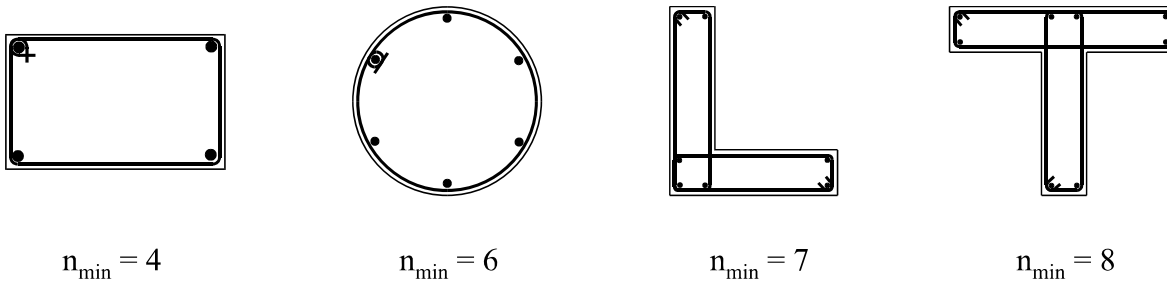
5.1.1- Bitola mínima das barras

A armadura longitudinal de diâmetro ϕ_l dos pilares, por ser longa, deve ter uma rigidez suficiente para mantê-la na posição vertical, durante sua armação:

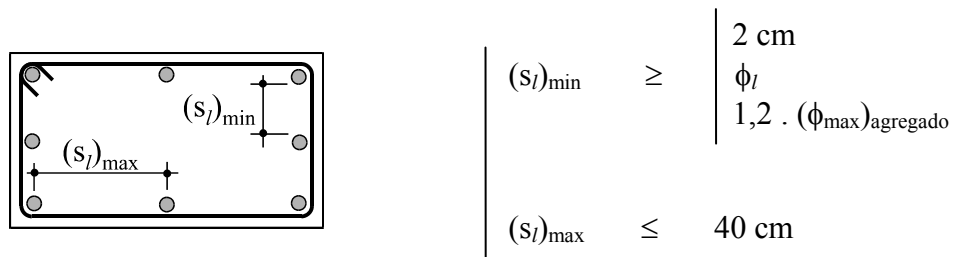
$$(\phi_l)_{\min} = 10 \text{ mm } (3/8'')$$

5.1.2- Número mínimo de barras

Este número mínimo n_{\min} deve ser suficiente para que se possa posicionar e amarrar os estribos, de acordo com a forma da seção transversal, como mostra a figura abaixo.



5.1.3- Espaçamentos entre as barras longitudinais

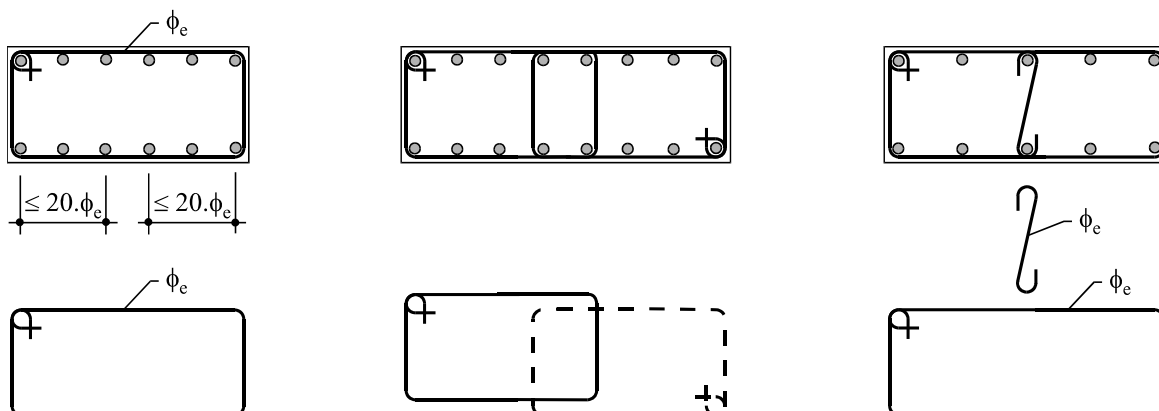


5.1.4- Proteção contra a flambagem das barras

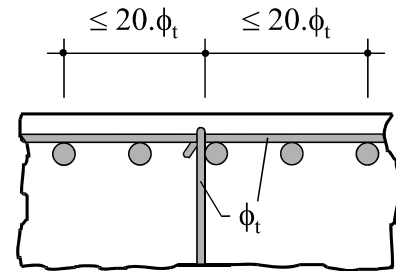
Quando houver possibilidade de flambagem das barras das armaduras situadas junto à superfície da peça, devem ser tomadas precauções para evitá-la.

Os estribos poligonais garantem a não flambagem das barras longitudinais situadas em suas quinas e as por eles abrangidas e situadas no máximo à distância de $20 \cdot \phi_r$ da quina, se nesse trecho não houver mais de duas barras, não contando a da quina.

Quando houver mais de duas barras nesse trecho ou barras fora dele, deverá haver estribos suplementares, com espaçamento adequados e de mesmo diâmetro que os estribos principais.



Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta terminada em ganchos, ele deverá atravessar a seção da peça e o seu gancho envolverá a barra longitudinal. Se houver mais de uma barra longitudinal a ser protegida junto à mesma extremidade do estribo, o gancho envolverá um estribo principal em ponto junto à uma das barras, o que deverá ser indicado no projeto de modo bem destacado; ele garantirá contra a flambagem essa barra e mais duas para cada lado, não distantes dela mais de $20.\phi_t$.



5.1.5- Emendas das barras

O modo de se emendar as barras longitudinais dos pilares está descrito no item 4.2.2 e no item 4.3 do capítulo Detalhes Executivos.

5.2- Disposições construtivas da armadura transversal

5.2.1- Bitola mínima dos estribos

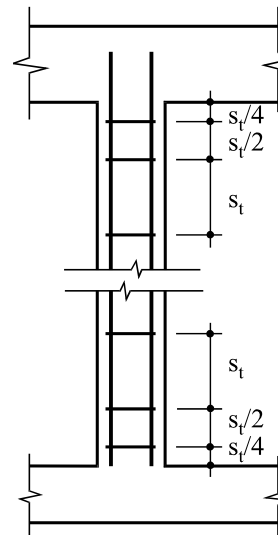
$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_l / 4 \\ 5 \text{ mm } (3/16'') \end{cases}$$

5.2.2- Espaçamento dos estribos

$$s_t \leq \begin{cases} - 30 \text{ cm} \\ - \text{menor dimensão externa da peça} \\ - 21 \cdot \phi_l \text{ para armadura longitudinal com aços CA-25,32} \\ - 12 \cdot \phi_l \text{ para armadura longitudinal com aços CA-40,50,60} \end{cases}$$

5.2.3- Estribos nas extremidades dos pilares

Recomenda-se para os pilares em geral e nos pré-moldados, colocar em suas extremidades, 2 a 3 estribos espaçados de $s_t/2$ a $s_t/4$.



Podemos resumir as condições *a)* e *b)* no Quadro abaixo, lembrando ainda que o *espaçamento dos estribos* deve ser menor ou igual à menor dimensão externa da peça.

Armadura longitudinal ϕ_l (CA-40,50,60)		Armadura transversal Espaçamento (s_t) _{min} (em cm)	
mm	pol. (")	$\phi_t = 5,0$ mm	$\phi_t = 6,3$ mm
10,0	3/8	12	-
12,5	1/2	15	-
16,0	5/8	20	-
20,0	3/4	24	-
22,2	7/8	-	27
25,0	1	-	30

5.3- Disposições construtivas gerais dos pilares

5.3.1- Cobrimento das armaduras

Os cobrimentos mínimos para a proteção da armadura dos pilares encontram-se no item 1 do capítulo Detalhes Executivos.

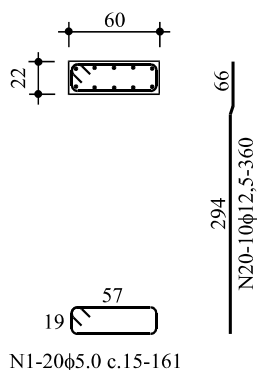
5.3.2- Canalizações embutidas

A Norma NBR-6118 não permite canalizações embutidas longitudinalmente nos pilares, quer no concreto, quer em espaços vazios internos à peça, que não tenham aberturas de drenagem.

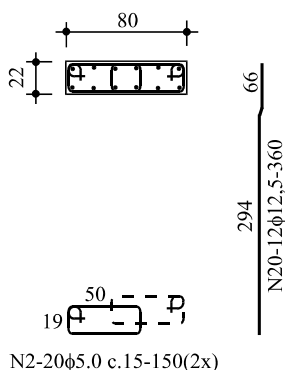
Esta exigência visa impedir a ocorrência de pressões elevadas dentro dos pilares de edifícios altos, como por exemplo no caso de eventuais vazamentos nas tubulações embutidas nos espaços vazios internos às peças.

6. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS DOS PILARES

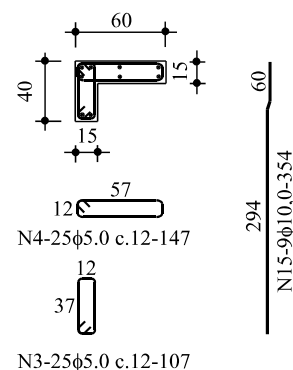
P.2 (22x60) - 4x



P.5 (22x80) - 2x



P.7 (15x40x60)



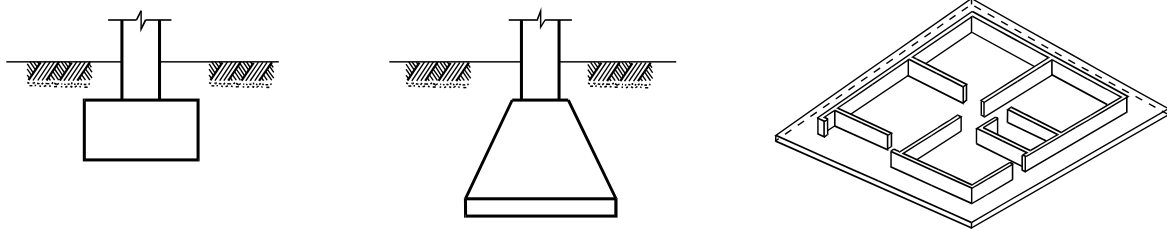
FUNDAÇÕES

1. INTRODUÇÃO

Fundação é o elemento estrutural que transmite ao solo as cargas aplicadas à estrutura, e as decorrentes de seu peso próprio. Tradicionalmente, classificam-se as fundações como **rasas** (também conhecidas por diretas) ou **profundas**.

Dentre as **fundações rasas** de concreto armado, temos as sapatas e radiers. Como o seu próprio nome diz, elas fazem a transferência de cargas diretamente às camadas superficiais do sub-solo. Devem ser utilizadas somente quando estas camadas apresentam propriedades mecânicas adequadas, isto é, alta resistência e baixa compressibilidade. Atenção especial exige o problema da infiltração de água em certos terrenos permeáveis, que reduz pela metade e às vezes chega até a anular sua resistência. Normalmente utilizamos as fundações rasas quando dispomos das seguintes camadas de apoio:

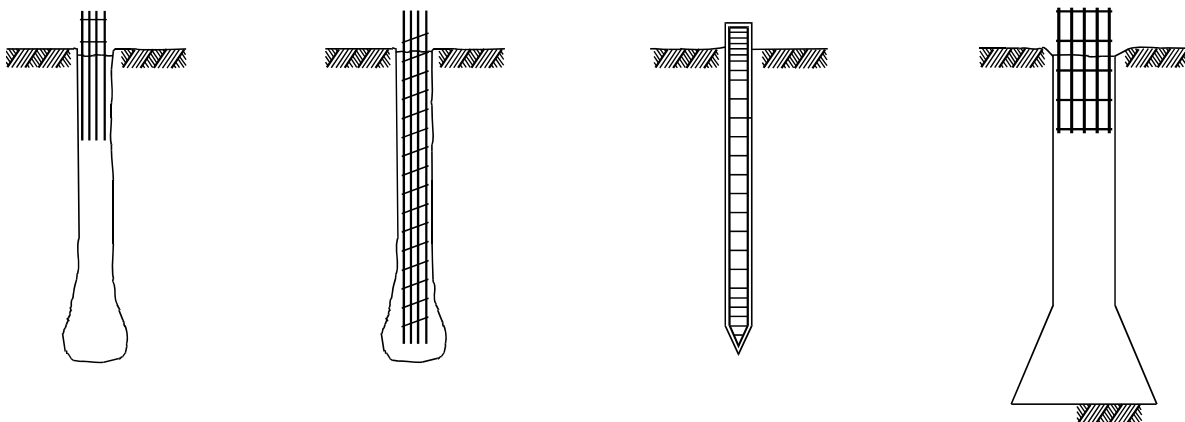
- areias compactas, ou
- areias compactas sob argilas moles, mesmo saturadas, ou
- argilas médias a duras pré-adensadas.



As **fundações profundas** fazem a transferência de cargas do apoio às camadas mais profundas do sub-solo. Dentre elas destacam-se as estacas e os tubulões.

Devido ao seu alto custo de execução, os tubulões são adotados apenas nos casos de cargas muito elevadas e em locais onde o terreno apresenta camadas de apoio de boa qualidade para sua base, tais como:

- areias compactas, ou
- argilas duras pré-adensadas.



2. COMPORTAMENTO DAS FUNDAÇÕES

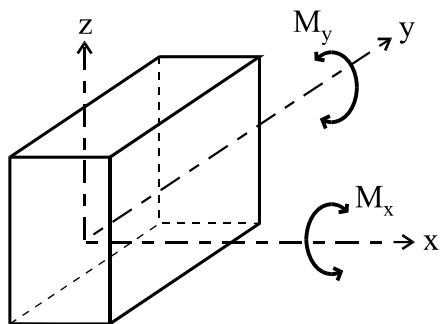
Para dimensionarmos as fundações de maneira segura e econômica, levamos em consideração três fatores:

- o tipo de estrutura que elas devem suportar, tanto pelas cargas transmitidas, como pela capacidade de deformação (recalques) destas estruturas;
- a resistência da fundação em si, em termos de suas dimensões e de sua profundidade, para suportar os esforços advindos dos carregamentos da estrutura e das reações de apoio do solo, e
- o terreno onde a fundação se apoia, considerando sua resistência à ruptura e deformabilidade (recalques).

2.1- Capacidade de carga das fundações

As fundações estão sujeitas geralmente às cargas de pilares e paredes de alvenaria, e pelo fato de se apoiarem no solo, sofrem também os esforços causados pela reação de apoio deste solo.

Devemos então dimensionar as fundações para suportarem os esforços normais de compressão, de tração e de flexão, como indica a figura abaixo.



Forças: N_x, N_y, N_z

Momentos: M_x, M_y, M_z (raro)

Para se dispor as armaduras correspondentes, devemos verificar os esforços de flexão, cisalhamento (força cortante), punção da peça, flambagem, aderência e recobrimento, além das disposições construtivas que nos orientam na escolha de suas dimensões.

2.2- Capacidade de carga do solo

As fundações devem ser analisadas quanto aos esforços que originam no terreno de apoio, considerando-se a ruptura e a deformação do solo, em face ao tipo e natureza da obra.

Sendo N_{rup} a carga de ruptura do solo, a carga admissível N_{adm} que pode ser aplicada a este solo

é:

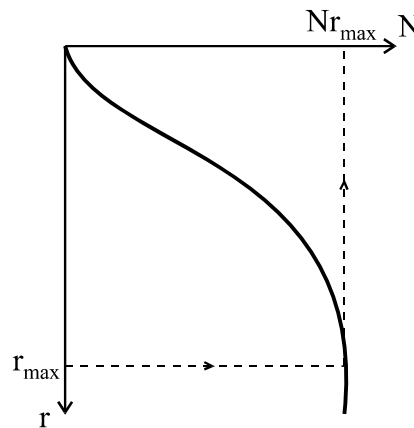
$$N_{adm} = \frac{N_{rup}}{C.S.}$$

onde C.S. é o coeficiente de segurança, analisado com detalhes no item 2.3.

O solo tem baixo módulo de elasticidade e se deforma muito com pouca carga, provocando recalques na estrutura.

O **recalque** é permitido até um certo valor, que provoca esforços resistidos ainda pela estrutura. Chamando de r_{max} o valor máximo deste recalque e de Nr_{max} a carga aplicada no solo que produz r_{max} temos:

$$N_{adm} = \frac{Nr_{max}}{C.S.}$$



Resumindo, a carga admissível N_{adm} que o solo suporta deve ser verificada por dois critérios:

$$N_{adm} \leq \begin{cases} \frac{N_{rup}}{C.S.} & \text{quanto à ruptura} \\ \frac{Nr_{max}}{C.S.} & \text{quanto à deformação} \end{cases}$$

Para cada tipo de fundação - sapata, estaca ou tubulão - devemos usar um método compatível para o cálculo da carga admissível do solo. Tomando-se como exemplo uma sapata, se a sua largura for pequena (pequenas cargas), é suficiente que N_{adm} seja avaliado pelo **critério de ruptura**; entretanto, para grandes valores desta largura (grandes cargas), N_{adm} deve ser calculado pelo **critério de deformação**.

Mais adiante, na introdução de cada tipo de fundação, veremos como se deve adotar a carga admissível do solo.

2.3- Coeficiente de segurança (C.S.)

O seu valor deve ser tal que permita uma ampla margem de segurança em relação às tensões cisalhantes provocadas no solo, devido ao carregamento das fundações, e também para limitar os recalques diferenciais para que não causem danos na superestrutura e nem afetem a sua estabilidade.

A escolha do valor do coeficiente de segurança, em relação à ruptura do solo, e em relação à deformação excessiva, depende de várias considerações, dadas a seguir:

2.3.1- Precisão das informações disponíveis; geralmente seu valor varia de **2 a 3** e costuma-se adotar:

- a) **C.S. = 2** para informações precisas, quando a resistência do solo é obtida em ensaios de laboratório; se predominam as cargas acidentais; se a obra é temporária, etc.
- b) **C.S. = 3** para informações imprecisas quando a resistência do solo é obtida usando correlações empíricas, estabelecidas pela comparação dos resultados de sondagens com provas de carga; se predominam as cargas permanentes; se a obra é permanente, etc.

2.4- Recalques

2.4.1- Danos provocados por recalques

- a) danos estruturais, caracterizados pelas trincas em elementos estruturais (vigas, lajes, pilares). São provocados por recalques diferenciais acentuados.
- b) danos arquitetônicos, caracterizados por trincas ou fissuras em paredes de alvenaria (trincas em revestimentos).
- c) danos funcionais, como o mau funcionamento de portas, caixilhos, etc.
- d) desgaste excessivo dos trilhos de elevadores, provocados por recalques de tombamento.
- e) rompimento de canalizações de água, esgoto, etc.

2.4.2- Peculiaridades sobre recalques

- a) quanto mais rígida (ou hiperestática) for a estrutura, menos tolerante ela será a recalques diferenciais.
- b) para duas placas de tamanhos diferentes em planta e com recalques iguais, a de menor tamanho suporta tensões maiores.

c) quanto maior a sapata, maior o recalque.

d) em média, as sapatas flexíveis recalcam mais do que as sapatas rígidas.

2.4.3- Nível de aceitação dos recalques, onde as obras estão sujeitas às condições muito particulares do solo da região

a) na cidade do México, são aceitáveis recalques de 60 a 80 cm.

b) na cidade de Santos, aceita-se recalques de 25 a 30 cm.

c) em São Paulo, são aceitáveis recalques em torno de 5 cm.

d) em Buenos Aires e New York, aceita-se recalques de até 1 cm.

2.4.4- Estimativa do valor do recalque

Pela teoria da elasticidade, o valor do recalque r de placas pode ser estimado por:

$$r = \sigma_{adm} \cdot \frac{b \cdot I}{E_s} \cdot (1 - \mu^2)$$

onde

b = largura da placa

σ_{adm} = resistência do solo = SPT/5 (em kgf/cm²) - vide item 2.5.3

E_s = módulo de elasticidade do solo = 120 kgf/cm²

μ = módulo de Poisson, com os seguintes valores:

argila $\rightarrow \mu = 0,10$ a $0,30$

silte $\rightarrow \mu = 0,30$ a $0,35$

areia $\rightarrow \mu = 0,20$ a $0,40$

I = fator de forma, que depende da rigidez e da forma da sapata, e dependendo da região de uma placa flexível, tem os seguintes valores:

canto $\rightarrow I = 0,56$

centro $\rightarrow I = 1,12$

médio $\rightarrow I = 0,95$

2.5- Sondagens

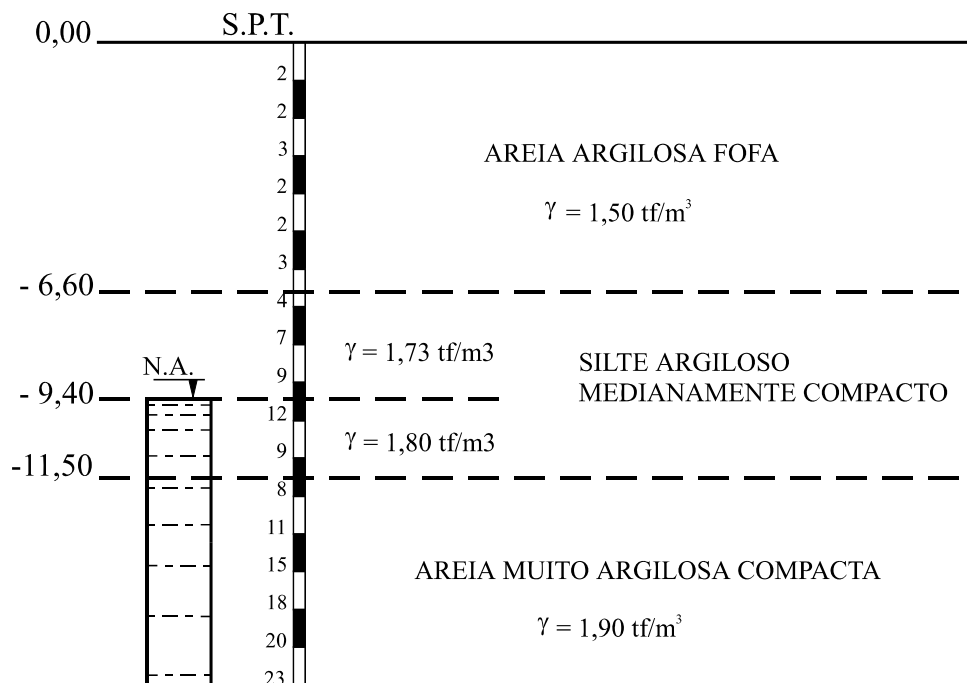
2.5.1- Introdução

As sondagens, assim como os testes “in loco” de provas de carga, são os melhores recursos que temos para, além de permitir a retirada de amostras deformadas ou indeformadas do solo para en-

saios de laboratório, poderemos verificar onde se encontra o lençol d'água e também avaliarmos empiricamente a tensão admissível da resistência do solo.

Durante a abertura do furo, mede-se a **resistência à penetração**, que é o número de golpes de um peso de 60 kgf, caindo da altura de 75 cm, necessários para cravar 30 cm no solo um bar-rilete amostrador de 45 mm de diâmetro. Mede-se também a classificação do solo.

Na intenção de uniformizar em todo o Brasil, está se tentando usar somente o **Terzaghi-Peck**, conhecido universalmente por **Standard Penetration Test (SPT)**. Com estes dados, traça-se o perfil ou boletim de sondagem:



2.5.2- Número, localização e profundidade das sondagens

Para os edifícios correntes, as sondagens devem ser relativamente próximas, em número mínimo de 3 e não numa mesma reta, determinando um plano e detectando a ocorrência ou não de camadas inclinadas. Em terrenos estreitos ou estruturas de pequeno porte, pode-se executar apenas 2 sondagens diagonalmente.

A distância normal entre os furos de sondagem é de 15 a 20 metros, dependendo das variações locais. Recomenda-se que as sondagens não fiquem alinhadas, e que se situem próximas aos limites da área em estudo.

O número de sondagens é função da área construída e costuma-se adotar para número mínimo de furos:

- 2 para uma área carregada de até 200 m^2 ;
- 3 para uma área carregada entre 200 e 400 m^2 .

Quanto à profundidade, devem ser analisados três aspectos:

- profundidade até onde o solo é solicitado, devido à propagação das tensões às camadas mais profundas, que depende da magnitude das cargas aplicadas e do tamanho e forma da área carregada.
- profundidade até onde o solo está alterado. É o caso da erosão causada pela corrente de um rio, próximo à fundação de uma ponte ou de um prédio junto ao mar.
- profundidade necessária para se alcançar extratos impermeáveis do terreno, como é o caso de barragens.

2.5.3- Relação entre SPT e σ_{adm}

Os Códigos de Fundações de certas regiões, pela experiência adquirida, estabelecem as taxas de trabalho mais confiáveis para os diferentes tipos de solo. Quando extrapolamos valores de correlações empíricas, devemos adotar coeficientes de segurança mais conservativos.

A melhor maneira de se obter as taxas de trabalho é através das provas de carga; em seguida vem as sondagens. Se por motivo de custos elevados não pudermos executar nenhum destes dois métodos, podemos às vezes obter informações em órgãos públicos como Prefeituras Municipais, Departamentos de Águas e Energia Elétrica, Departamentos de Águas e Esgotos, etc. Estes órgãos costumam manter em seus arquivos, os perfis de sondagens de vários pontos do município.

A **prática brasileira**, através de correlações empíricas, relaciona o **SPT** com a **tensão admissível do solo** e nos dá algumas referências de ordem prática, como vemos a seguir:

a) Para fundações rasas, ponta de estacas ou base de tubulões:

$$\sigma_{adm} = \frac{SPT}{5} \quad (\text{em kgf/cm}^2) \quad \text{ou} \quad \sigma_{adm} = \frac{SPT}{50} \quad (\text{em MPa})$$

- evita-se o uso de fundações rasas, sempre que $SPT < 3$.

b) Para estacas pré-moldadas cravadas:

- a estaca atinge néga quando atravessa $\sum SPT \geq 65$ ao longo do fuste;
- a estaca atinge néga com a ponta apoiada em $SPT \geq 20$.

Como observação, considera-se que a estaca pré-moldada atinge a néga, quando, ao receber 10 golpes do bate-estaca, não penetra mais do que 2 cm se o seu concreto é *vibrado*, e não penetra mais do que 1 cm se o seu concreto é *centrifugado*.

A TABELA 14 mostra estas correlações, mas não é aconselhável o seu emprêgo generalizado, a não ser sob sérias restrições, principalmente quando há umidade devido às chuvas, etc.

3. ESCOLHA DO TIPO DA FUNDAÇÃO

3.1- Informações necessárias

Para a elaboração de um projeto de fundações, devemos conhecer algumas informações a respeito da obra, como o seu tipo, porte, vida útil, dimensões, cargas, locação dos pilares e recalques admissíveis.

Quanto às cargas estruturais, deve-se conhecer sua grandeza e natureza: cargas verticais ou inclinadas, momentos, cargas estáticas ou dinâmicas, permanentes ou acidentais, etc.

3.2- Estimativa das cargas

3.2.1- Área de influência

Podemos estimar rapidamente as cargas que chegam até às fundações, sabendo que o peso (p) da estrutura é da ordem de:

- edifícios normais com estrutura de concreto armado: $p = 1,0 \text{ tf/m}^2/\text{pavimento}$

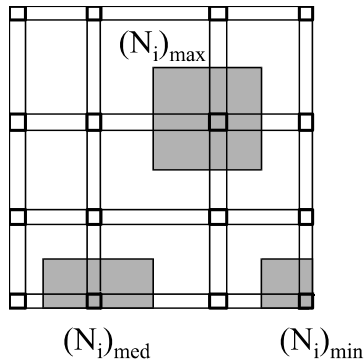
- edifícios esbeltos, sujeitos a cargas de vento: $p = 1,2 \text{ tf/m}^2/\text{pavimento}$

Conhecendo a disposição dos pilares, determinamos geometricamente a *área de influência* de cargas de cada pilar (A_i). A carga exercida por cada pilar é:

$$N_i = p \cdot A_i \cdot n$$

onde n é o número de pavimentos do edifício.

Sabendo que o espaçamento entre pilares geralmente varia de 3 a 6 metros, temos a ordem de grandeza das suas cargas, considerando a área de influência de cada pilar, conforme ele seja *intermediário*, *extremo* ou *de canto*, de acordo com a figura abaixo.



Pilar de canto:	$(N_i)_{\min} = 7.n$	$(A_i = 6 \text{ m}^2)$
Pilar extremo:	$(N_i)_{\text{med}} = 15.n$	$(A_i = 12 \text{ m}^2)$
Pilar intermediário:	$(N_i)_{\max} = 25.n$	$(A_i = 20 \text{ m}^2)$

Pela figura acima observamos que o pilar que recebe mais cargas é o intermediário, seguido pelo pilar extremo e pelo pilar de canto.

3.2.2- Residência térrea

As residências térreas geralmente não são estruturadas, e comportam-se como estruturas flexíveis. As cargas devido à cobertura, laje de fôrro e alvenarias que chegam até o alicerce somam de 2 a 3 tf por metro linear. Analisemos os diversos tipos possíveis de fundação, sendo

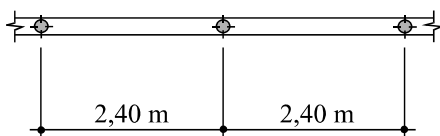
$$(N_e)_{\text{adm}} = \text{carga admissível de cada estaca}$$

a) Fundação rasa ou direta

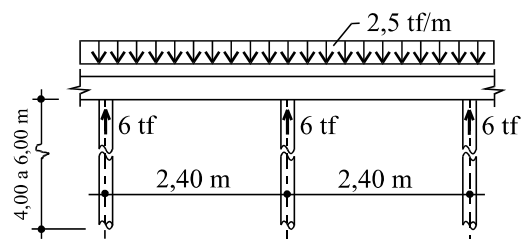
Neste tipo de construção, os recalques são imediatos e geralmente aumentam com as chuvas, o que elimina o uso de fundação rasa, a não ser que, excepcionalmente, o terreno apresente camadas superficiais espessas e impermeáveis de argila rija, e que o nível do lençol freático seja sempre profundo.

b) Brocas manuais com $(N_e)_{\text{adm}} = 6 \text{ tf}$ e geralmente com comprimento de 4 a 6 metros

O espaçamento necessário entre brocas será de $\frac{6}{2,5} \frac{\text{tf}}{\text{tf/m}} = 2,4 \text{ m}$.



PLANTA



CORTE

Se houver aterro e a broca fôr curta, deve-se prevenir contra o arrastamento das brocas, causando

recalques na estrutura.

c) Estacas (geralmente com comprimento de 9 a 11 metros)

c.1) Estaca-broca com $(N_e)_{adm} = 10 \text{ tf}$

Estas estacas, que nada mais são do que brocas mais longas e apiloadas mecanicamente, podendo atingir até 11 metros de profundidade, são as mais usadas em residências térreas, desde que sua ponta sempre fique acima do nível máximo do lençol d'água.

- diâmetro entre 18 e 22 cm;

- espaçamento = $\frac{10}{2,5} \frac{\text{tf}}{\text{tf/m}} = 4,0 \text{ m}$

c.2) Estacas Strauss com $(N_e)_{adm} = 20 \text{ tf}$

Ficará superdimensionada, já que as cargas são pequenas. Seu custo também é elevado. Deverá ser usada apenas se sua ponta ficar de 2,00 a 3,00 metros abaixo do nível máximo do lençol freático.

c.3) Estacas pré-moldadas

Nas residências térreas, devem ser usadas somente se a camada superficial do terreno for espessa e de solo ruim ou alagado, ficando sua ponta apoiada em camada resistente.

3.2.3- Residência com dois pavimentos

a) Residência com dois pavimentos não estruturada (cargas = 6 tf/m)

a.2) Estaca Strauss com $(N_e)_{adm} = 20 \text{ tf}$

Pode ser usada se não ficar inteiramente em camada de areia pura. É possível até em areia muito argilosa, mas requer cuidados na execução. Sua ponta deve ficar no máximo de 2,00 a 3,00 metros abaixo do nível máximo do lençol d'água.

- diâmetro de 25 a 30 cm

- comprimento de 12 a 14 m

- espaçamento = $\frac{20}{6} \frac{\text{tf}}{\text{tf/m}} \cong 3 \text{ m}$

a.3) Estaca pré-moldada

Normalmente seu comprimento é de 12 metros. Para profundidades maiores, deverá ser articulada.

Geralmente para estas cargas o custo final da estaca pré-moldada é maior do que o custo da estaca Strauss.

b) Residência com dois pavimentos estruturada

Considerando a carga média dos pilares $N_{med} = 15.n$ com $n = 2$, temos $N_{med} = 15.2 = 30$ tf por pilar, o que vai exigir 2 estacas de $(N_e)_{adm} = 20$ tf para os pilares extremos, uma estaca para os pilares de canto, e mais de duas estacas para os pilares intermediários, valendo um estudo de cargas mais refinado para estes últimos, que podem ou não sustentar escadas, caixas d'água, etc.

3.2.4- Edifício com 10 pavimentos (porte médio)

Nos edifícios temos que $N_{med} = 15.10 = 150$ tf/pilar

a) Estaca Strauss

$(N_e)_{adm} = 70$ tf, tomando-se cuidados na execução e unindo-as com blocos de capeamento.

b) Estaca pré-moldada

$(N_e)_{adm} = 70$ tf, estimando-se os custos e verificando se será necessário ou não as articulações para emendas.

c) Estaca Franki

$(N_e)_{adm} = 70$ tf, verificando-se se seus custos compensam.

d) Tubulão

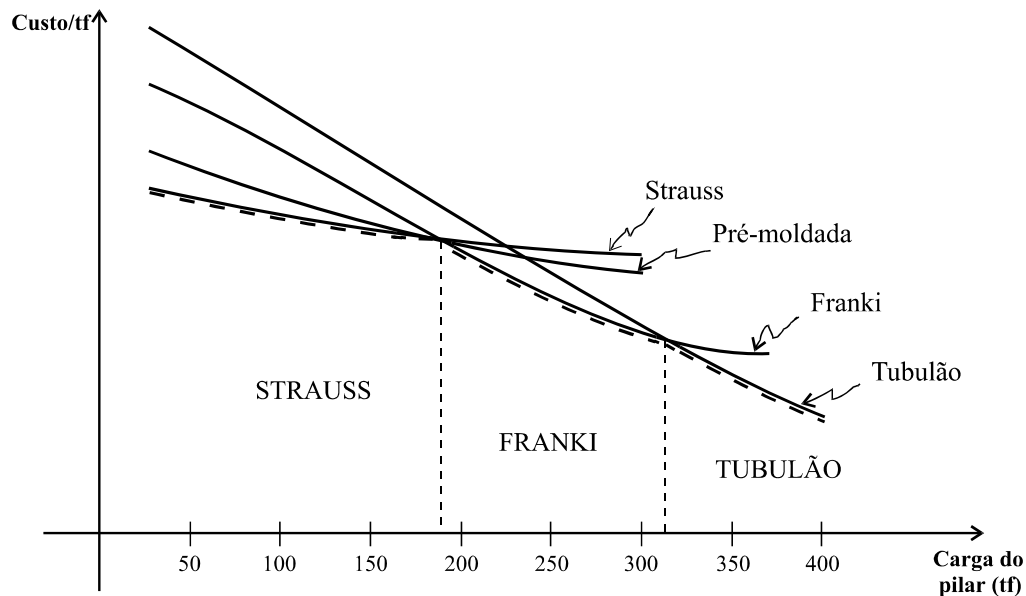
Pensa-se na necessidade de tubulão quando $\sigma_{adm} \leq 0,35 \text{ kgf/cm}^2$. Verifica-se então pelo perfil de sondagem a profundidade de sua cota de apoio, sabendo-se que

$$\sigma_{adm} = \frac{SPT_{med}}{5} + N_s \quad (\text{em kgf/cm}^2)$$

onde $N_s = q.h$ é o peso do solo acima da cota de apoio (h) do tubulão.

3.3- Fator custo

O diagrama abaixo nos permite analisar a variação do custo com a carga do pilar, adotando o limite de 100 tf por estaca.



Observa-se que para valores de cargas de pilares situados no intervalo de 200 a 300 toneladas, o custo da estaca **Franki** é menor, mas as vibrações causadas pela cravação podem provocar danos às construções vizinhas. Para valores de cargas situados abaixo deste intervalo, há vantagens em se usar estacas **Strauss** ou até as **Pré-moldadas**. Acima deste intervalo, os **Tubulões** são mais econômicos.

3.4- Perfil do sub-solo

Devemos conhecer a natureza e as características do sub-solo no local da obra. Normalmente isto é feito com sondagens, que podem ser à percussão ou com extração de amostras indeformadas para a realização de ensaios de laboratório. Assim ficamos conhecendo:

- o tipo do solo;
- a espessura das camadas (inclinação dos planos entre camadas);
- a resistência SPT;
- a compressibilidade;
- a posição do N.A. (nível d'água) com a respectiva data, e
- a permeabilidade do terreno, que nos permite prever que se a fundação for revestida, a água só entrará pela ponta. Ainda, se a área for pequena e o solo pouco permeável, essa água será pouca.

3.5- Características das construções vizinhas

Devem ser analisadas em termos do tipo de sua estrutura e do tipo de suas fundações, para que se possa prever os danos provocados pela execução das novas fundações e pelo rebaixamento do lençol freático, se necessário; o custo provável dos reparos e a necessidade ou não de se fazer o seguro dos serviços.

3.6- Escolha do tipo de fundação

Depois de conhecermos a natureza do sub-solo, o comportamento de cada tipo de fundação, a grandeza e natureza das cargas estruturais, a margem de segurança contra a ruptura e contra os recalques incompatíveis com o tipo de estrutura e os possíveis danos, passamos a considerar os fatores técnicos, econômicos e as limitações impostas pelo mercado.

A fundação escolhida é aquela que implica em menor prazo de execução e com menor custo.

Analisa-se a possibilidade da fundação direta; sendo viável, compara-se seu custo com o custo da fundação profunda.

3.6.1- Fundação rasa ou direta

- a) deve ser apoiada em areias compactas ou em argilas pré-adensadas (médias a rijas);
- b) a cota de apoio deve ser a mais rasa possível, já que seu custo cresce com a profundidade;
- c) determina-se a capacidade de carga do solo e estima-se os recalques superficiais e os profundos;
- d) estima-se o custo da fundação direta, considerando a escavação, as sapatas, o reaterro, danos e reparos.

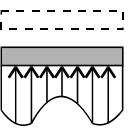
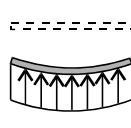
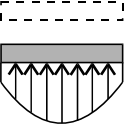
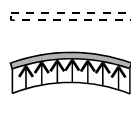
3.6.2- Fundações profundas

- a) para cargas em torno de 90 tf, elimina-se a Duplex, Franki e tubulões pneumáticos, e escolhe-se entre Strauss, Pré-moldadas e Tubulões a céu aberto;
- b) para as estacas, pode-se fixar sua carga de trabalho e sua profundidade para suportar 1/3 da carga do pilar médio. Teremos então 1 a 2 estacas para o pilar de carga mínima e 5 a 6 estacas para o pilar de carga máxima.
- c) para os tubulões, considera-se a taxa de trabalho da base, a cota de apoio (a mais rasa possível) e o método de execução, que é função do perfil do terreno, das cargas dos pilares e de seu custo.

4. FUNDAÇÕES RASAS

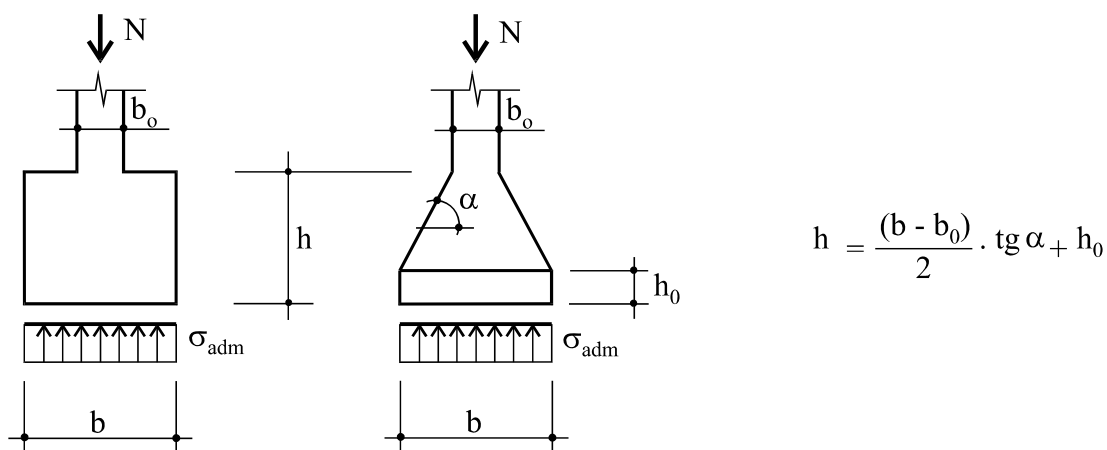
As fundações rasas, também chamadas de diretas, podem ser isoladas, corridas, rígidas ou flexíveis, excêntricas ou com viga alavanca. Também podem ser armadas ou de concreto simples.

As distribuições das pressões e os recalques do terreno na base da sapata variam bastante, dependendo do tipo do solo, da rigidez e da profundidade da sapata, e também da duração da carga. Podem ser agrupados como mostra o quadro abaixo.

SAPATA \ SOLO	SAPATA RÍGIDA		SAPATA FLEXÍVEL	
	TENSÕES	RECALQUES	TENSÕES	RECALQUES
SOLO COESIVO (ARGILAS)	 $\sigma_B > \sigma_C$	$r_B = r_C$	 $\sigma \cong \text{constante}$	$r_C > r_B$
SOLO NÃO COESIVO (AREIAS)	 $\sigma_C > \sigma_B$	$r_B = r_C$	 $\sigma \cong \text{constante}$	$r_B > r_C$

4.1- Blocos de fundação em concreto simples

São utilizados quando as cargas não são muito elevadas (menores que 50 tf) e em terrenos com taxas admissíveis não muito reduzidas.



Para economizar concreto, costuma-se optar por blocos com outros formatos, como o tronco-cônico ou tronco-piramidal.

Para se dispensar a armação da base do bloco, o ângulo α deve ser escolhido de tal maneira que

se obedeça a relação:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\alpha} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{tadm}}} + 1$$

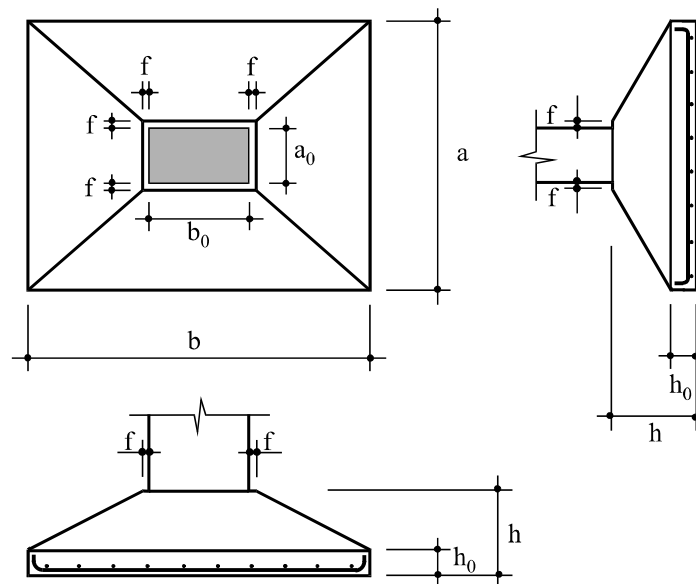
onde podemos adotar $\sigma_{\text{tadm}} = \sigma_{\text{cadm}}/10 = 6 \text{ kgf/cm}^2$ ($\sigma_{\text{tadm}} \cong 0,03.f_{\text{ck}}$); σ_{tadm} e σ_{cadm} são as tensões admissíveis do concreto à tração e à compressão, respectivamente.

Resolvendo a expressão acima por tentativas, verifica-se que α tem o valor ao redor de 65° .

Quando $\alpha < 30^\circ$, deve-se introduzir armaduras nos blocos para absorver os esforços de tração, devidos à flexão das abas, e nesse caso os blocos passam a ser chamados de *sapatas*.

Os blocos também devem ser verificados quanto ao puncionamento e ao cisalhamento.

4.2- Sapatas



Alguns requisitos devem ser observados ao se escolher as dimensões das sapatas:

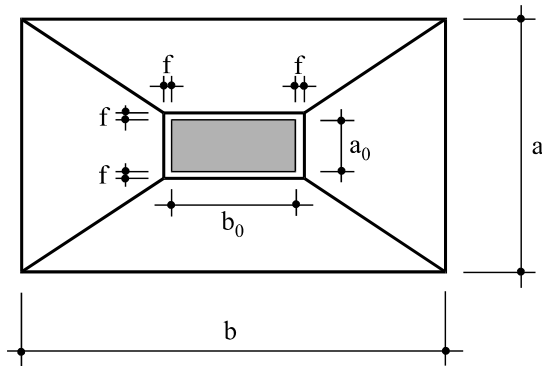
4.2.1- O centro de gravidade **CG** da sapata deve coincidir com o **CG** do pilar, sempre que possível. Desta maneira, as pressões de contato exercidas pela sapata no terreno têm distribuição uniforme.

4.2.2- Para que o dimensionamento seja econômico e a execução facilitada, as abas da sapata devem ser iguais, acarretando momentos fletores iguais nos quatro balanços e áreas de armaduras iguais nas duas direções. Isto equivale a fazer valer a seguinte relação:

$$a - b = a_0 - b_0$$

4.2.3- As dimensões das sapatas também são escolhidas de acordo com a forma e situação dos pilares que sustentam, como vemos nos 3 casos a seguir:

a) Pilar isolado retangular (carga centrada, $CG_{\text{pilar}} \equiv CG_{\text{sapata}}$)



$f \cong 2,5 \text{ cm}$ = espessura comercial da tábua usada na forma do pilar

$$A = \frac{k \cdot P}{\sigma_{\text{adm}}} = \text{área estimada}$$

$$A = a \cdot b$$

$$a - b = a_0 - b_0$$

onde:

A = área da sapata

k = coeficiente que leva em conta o peso próprio da sapata:

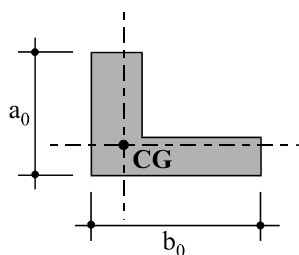
- sapata flexível $\rightarrow k = 1,05$

- sapata rígida $\rightarrow k = 1,10$

σ_{adm} = capacidade de carga do solo abaixo da sapata

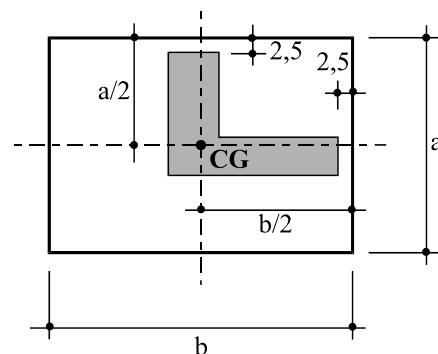
b) Pilar isolado especial (seção qualquer)

Neste caso, devemos fazer coincidir o CG do pilar com o CG da sapata, adotando dimensões para a sapata que satisfaçam este requisito.



$$a \cdot b = A$$

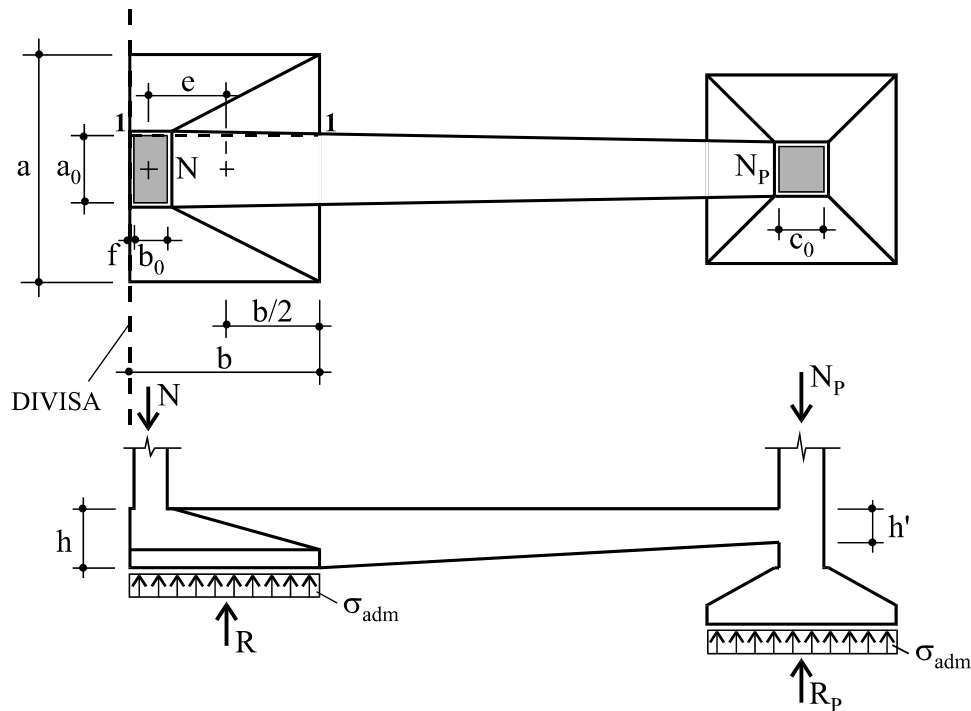
$$a - b = a_0 - b_0$$



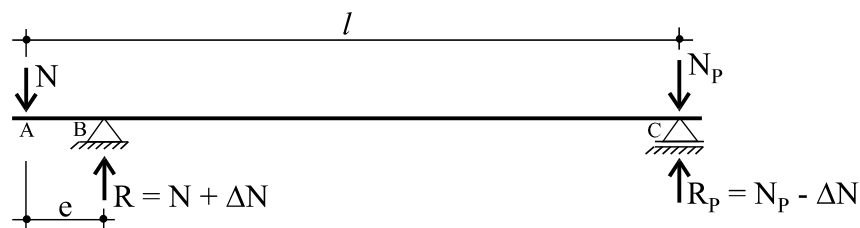
c) Pilar de divisa (sapata carregada excentricamente)

Na figura abaixo, percebe-se que para fazer com que a resultante das tensões do solo R coincida com a linha de ação da carga N , uma solução é aumentar o comprimento b da sapata, já que não se pode contar com a tração no solo.

Uma outra maneira de contrabalançar o momento causado pela excentricidade e , é criar um momento M através de uma **viga alavanca** ou **viga de equilíbrio**, podendo-se trabalhar com uma distribuição uniforme de tensões (R centrada), como mostra o esquema estático abaixo. É mais econômico se executar uma viga alavanca do que se aumentar as dimensões da sapata que suporta carga excêntrica, e deste modo a superestrutura é capaz de absorver o momento que a sapata introduz no pilar.



Esquema estático:



No equilíbrio:

$$\begin{cases} \sum F_V = 0 \Rightarrow N + N_p = R & \Rightarrow R > N \\ \sum M_C = 0 \Rightarrow N \cdot l = R \cdot (l - e) & \Rightarrow R = N \cdot \frac{l}{l - e} \end{cases}$$

Temos ainda disponíveis as seguintes equações:

$$A = \frac{R}{\sigma_{adm}} \quad e = \frac{b}{2} - \frac{b_0}{2} - f \quad b \cdot a = A$$

Como dispomos de mais incógnitas do que equações, o sistema requer solução por tentativas, com o seguinte roteiro:

A. Nota-se que R é sempre maior que N , e estimamos um valor inicial $R_1 = 1,2.N$

B. Calcula-se a área $A_1 = R_1/\sigma_{adm}$

C. Devemos então escolher os lados da sapata a_1 e b_1 tais que $a_1.b_1 = A_1$

Pela análise dos esforços, verifica-se que a armadura da sapata sempre tem valores econômicos quando se obedece a relação $a/b = 1,5$ a $2,0$.

Isto posto, adotamos $a_1 = 1,5.b_1$ e substituindo vem $b_1.1,5.b_1 = A_1 \Rightarrow b_1 = \sqrt{A_1/1,5}$

D. Calcula-se a excentricidade $e_1 = \frac{b_1}{2} - \frac{b_0}{2} - f$

E. Calcula-se o valor real de R : $R_{r1} = N \cdot \frac{l}{l - e_1}$

F. Compara-se R_{r1} calculado com R_1 estimado, e temos três casos:

- se $R_{r1} = R_1$, confirma-se que $\begin{cases} b = b_1 \text{ e} \\ a = 1,5.b_1 = 1,5.b \end{cases}$

- se $R_{r1} \cong R_1$, mas dentro de uma variação de $\pm 10\%$,

assume-se $R_1 = R_{r1}$ e então $e_1 = e$; $b_1 = b \Rightarrow A = \frac{R_1}{\sigma_{adm}} \Rightarrow a = \frac{A}{b}$

- se $R_{r1} \neq R_1$, repete-se o processo com $R_2 = R_{r1}$, a partir do item E acima.

G. Dimensionamento do pilar central (carga N_P):

Devido à presença da viga alavanca, a carga N_P do pilar central é aliviada do valor $\Delta N = R_{r1} - N$, mas como a rigidez da viga de equilíbrio não é grande, costuma-se tomar apenas a metade deste alívio ΔN , ficando a favor da segurança.

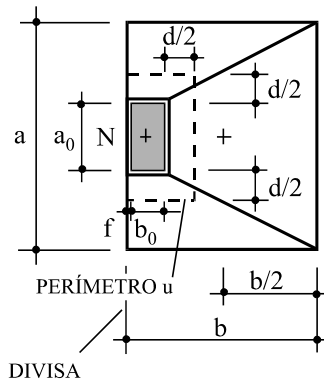
A área da sapata que suporta o pilar central é calculada por $A_P = \frac{N_P - 0,5.\Delta N}{\sigma_{adm}}$

Quando não se dispõe de pilar central, a força N_P pode ser obtida por **blocos de contrapeso** ou através de **estacas de tração**.

Determinadas as dimensões **a** e **b** da sapata com carga excêntrica, resta-nos determinar os esforços que agem nesta sapata e na viga alavanca.

c.1) Esforços na sapata excêntrica

- Momento fletor paralelo à divisa (na seção 1-1): $M_{1-1} = \left(\frac{a-a_0}{2} \cdot b \right) \cdot \sigma_{adm} \cdot \left(\frac{a-a_0}{4} \right)$
- Força cortante na seção 1-1: $V_{1-1} = \left(\frac{a-a_0}{2} \cdot b \right) \cdot \sigma_{adm}$
- Puncionamento da sapata (como vimos no item 5.3 do capítulo Lajes)



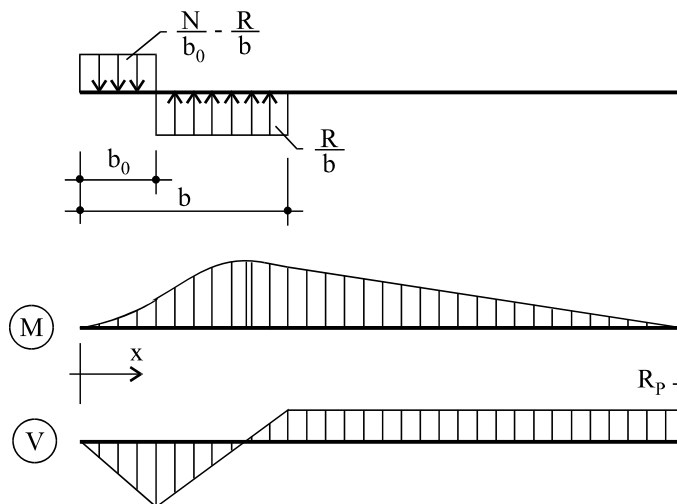
- Tensão de cálculo de puncionamento do concreto:

$$f_{pd} = N_d / u \cdot d \leq \tau_{wud} = 2,01 \cdot \sqrt{f_{ck}} / \gamma_c$$

- Se ocorrer $0,5 \cdot \tau_{wud} < f_{pd} < \tau_{wud}$ deve-se colocar a armadura transversal de punção, dada por $A_{stp} = 0,75 \cdot N_d / f_{yd}$. Se esta condição não se verificar, aumentamos a altura útil d da viga alavanca.

c.2) Esforços na viga alavanca

- Diagramas de momentos fletores e de forças cortantes



$$0 < x < b_0:$$

$$M = - \left(\frac{N}{b_0} - \frac{R}{b} \right) \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$V = \left(\frac{N}{b_0} - \frac{R}{b} \right) \cdot x$$

$$b_0 < x < b:$$

$$M = - \left(\frac{N}{b_0} - \frac{R}{b} \right) \cdot b_0 \cdot \left(\frac{b_0}{2} + x \right) + \frac{R}{b} \cdot \frac{x^2}{2}$$

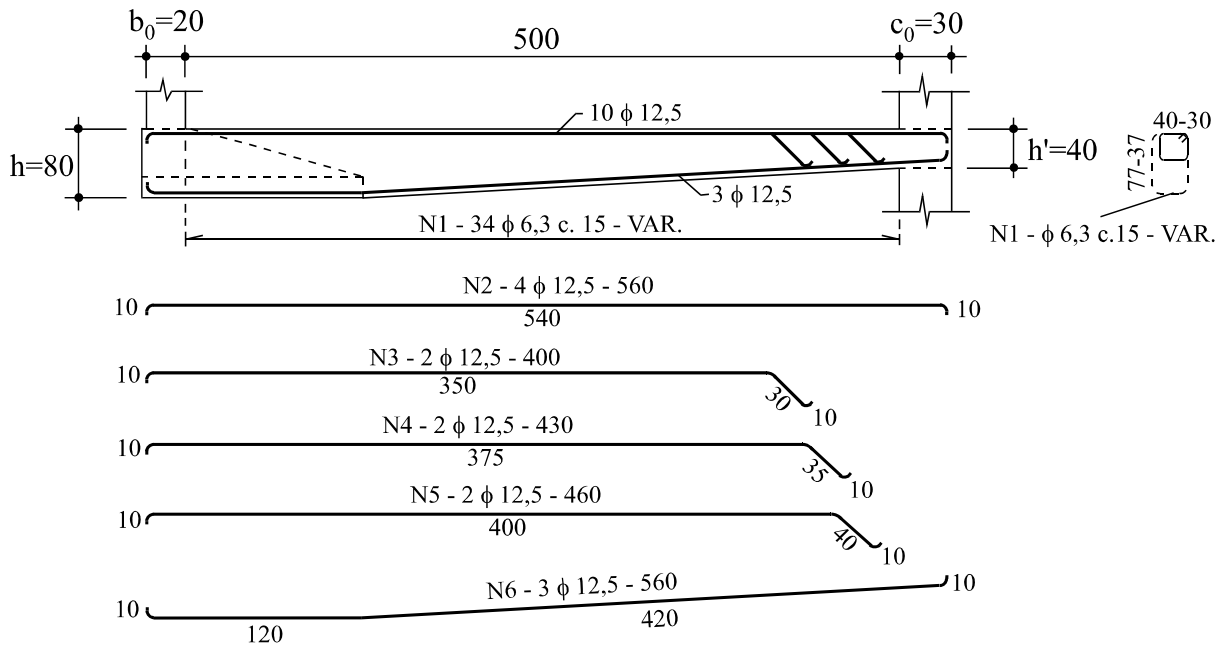
$$V = - \left(\frac{N}{b} - \frac{R}{b} \right) \cdot b_0 + \frac{R}{b} \cdot x$$

- Fixação da altura máxima da viga alavanca em função da força cortante:

Sendo b_w a largura da viga alavanca e adotando armadura transversal apenas de estribos, vem

que $\tau_{wu} = 0,20.f_{cd} = \frac{0,20.f_{yk}}{1,4}$, e como $\tau_{wd} = \frac{1,4.V}{b_w.d} \leq \tau_{wu} \Rightarrow d \geq \frac{9,8.V}{b_w.f_{ck}}$

- Detalhamento da armadura da viga alavanca



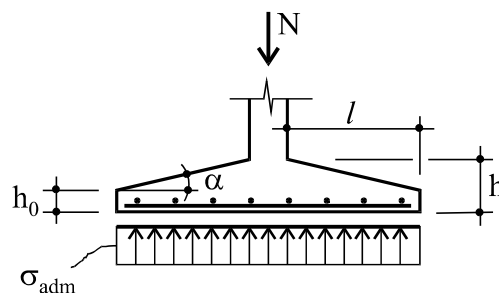
4.2.4- Dimensionamento e detalhamento das sapatas

Consiste na determinação dos esforços causados pelos momentos fletores e pelas forças cortantes, e o cálculo das armaduras adequadas para combater-los.

Para tanto, costuma-se classificar as sapatas em *flexíveis* ou *rígidas*, como mostra a figura abaixo.

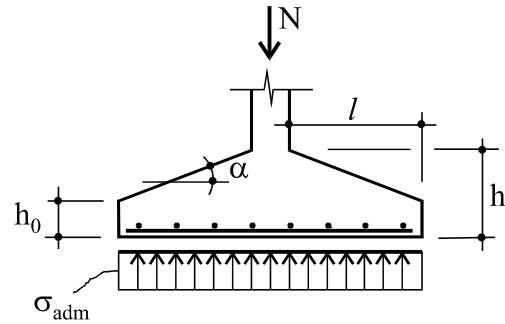
Além da flexão e do cisalhamento, as sapatas flexíveis são verificadas quanto ao puncionamento, e as sapatas rígidas, quanto ao esmagamento das bielas de compressão.

Sapata flexível
 $l > 2.h$ ou $h < 0,5.l$



Sapata rígida

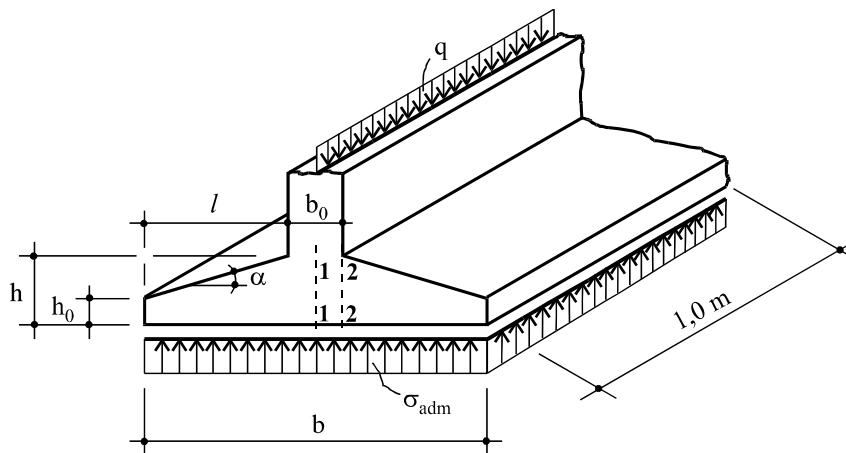
$$l \leq 2.h \text{ ou } h \geq 0,5.l$$



onde

- σ_{adm} é a tensão admissível do solo;
- $\alpha \leq 30^\circ$ corresponde ao ângulo do talude natural do concreto fresco, não havendo assim necessidade de forma fechada para se concretar a sapata;
- $h_0 \geq \begin{cases} 0,2 \cdot h \\ 15 \text{ cm} \end{cases}$

Para se adotar as dimensões da sapata, também se leva em conta a seguinte regra econômica: “maior altura, menor armadura”.

a) *Sapata corrida flexível*

$$\begin{aligned} h &< l/2 \\ h_0 &\geq \begin{cases} 0,20.h \\ 15 \text{ cm} \end{cases} \\ \alpha &\leq 30^\circ \\ c &= 5 \text{ cm (cobrim.)} \end{aligned}$$

a.1) Cálculo da largura da sapata

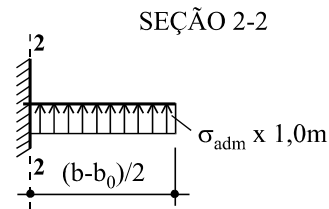
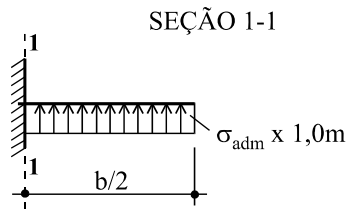
Supõe-se inicialmente que o peso próprio da sapata flexível seja 6% do carregamento. Então

$$1,06 \cdot q = b \cdot \sigma_{adm} \Rightarrow b = 1,06 \cdot \frac{q}{\sigma_{adm}}$$

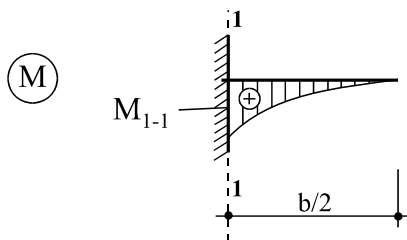
a.2) Cálculo dos esforços

Para a determinação dos momentos fletores e das forças cortantes, considera-se a sapata corrida flexível como se fosse uma laje engastada e em balanço, com comprimento de 1,00 metro:

- Esquema estático



- Momentos fletores na seção 1-1



$$M_{1-1} = \sigma_{adm} \cdot 1 \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b/2}{2} = \frac{\sigma_{adm} \cdot b^2}{8}$$

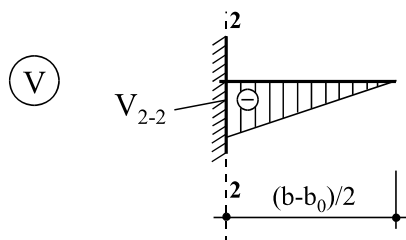
(em kgf.m/m)

Sendo $f_{cc} = M_{1-1}/W_{1-1}$ a tensão de compressão no concreto, com $W_{1-1} = 1 \text{ m} \cdot h^2/6$ o módulo de resistência da seção, e se acontecer que $f_{cc} \leq f_{ct} \cong 0,10 \cdot f_{ck}$, não há necessidade de armadura e coloca-se apenas a armadura mínima das lajes, dada por:

$$(A_s)_{min} = 0,25 \cdot h \quad (\text{em cm}^2/\text{m}) \quad \text{para os aços CA-25,32}$$

$$(A_s)_{min} = 0,15 \cdot h \quad (\text{em cm}^2/\text{m}) \quad \text{para os aços CA-40,50,60}$$

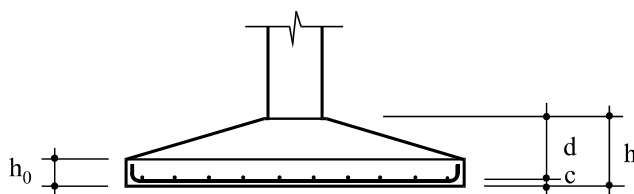
- Força cortante na seção 2-2



$$V_{2-2} = \frac{(b-b_0)}{2} \cdot 1 \cdot \sigma_{adm}$$

(em kgf/m)

a.3) Cálculo da altura útil da sapata



$$h = d + c$$

$$c = 5 \text{ cm (cobrimento)}$$

O cálculo da altura útil d é feito de tal modo que se possa dispensar a armadura de cisalhamento ($\tau_{wd} \leq \tau_{wu1}$, como nas lajes), com o seguinte roteiro:

A. Arbitra-se um valor para k_c , utilizando a TABELA 5. Por exemplo, $k_c = (k_c)_{lim}$, e calcula-se

$$d = \sqrt{k_c} \cdot \sqrt{\frac{M}{100}}$$

Se acontecer de obtermos um valor visivelmente pequeno para d , adota-se um valor maior e recalcula-se o valor de $k_c = 100 \cdot d^2 / M$. O valor da altura total será $h = d + 5$ cm.

B. Com este novo valor de k_c , novamente pela TABELA 5, na mesma linha, tira-se o valor de k_s .

C. Calcula-se a área da armadura principal de flexão por (d em cm e M em tf.cm):

$$A_s = k_s \cdot \frac{M}{d} \quad (\text{em cm}^2/\text{m}) \geq (A_s)_{min}, \text{ onde}$$

$$(A_s)_{min} = 0,25 \cdot h \quad (\text{em cm}^2/\text{m}) \quad \text{para os aços CA-25,32}$$

$$(A_s)_{min} = 0,15 \cdot h \quad (\text{em cm}^2/\text{m}) \quad \text{para os aços CA-40,50,60}$$

D. Para verificar a tensão de cisalhamento, começamos por calcular a taxa de armadura longitudinal:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{A_s}{100 \cdot d}$$

sendo ρ_1 a menor taxa da armadura longitudinal de tração no trecho de comprimento $2 \cdot h$ a partir da face da seção 2-2, e $0,001 < \rho_1 < 0,015$.

E. Calcula-se o coeficiente ψ_4 :

$$\text{onde} \quad \left| \begin{array}{ll} \psi_4 = 0,60 \cdot \sqrt[4]{\rho_1} & \text{para } h \leq 15 \text{ cm} \\ \psi_4 = (0,65 - 0,0033 \cdot h) \cdot \sqrt[4]{\rho_1} & \text{para } 15 \text{ cm} < h < 60 \text{ cm} \\ \psi_4 = 0,45 \cdot \sqrt[4]{\rho_1} & \text{para } h \geq 60 \text{ cm} \end{array} \right.$$

F. Calcula-se o valor último da tensão de cisalhamento

$$\tau_{wu1} = 3,19 \cdot \psi_4 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{em kgf/cm}^2 \cdot \text{m})$$

G. Determina-se a tensão de cálculo de cisalhamento:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = \frac{1,4 \cdot V}{100 \cdot d} \quad (\text{em kgf/cm}^2)$$

H. Se $\tau_{wd} \leq \tau_{wu1}$, dispensa-se a armadura de cisalhamento. Caso contrário, aumenta-se o valor de h e repete-se a partir do item B anterior.

I. Ancoragem das armaduras:

No caso de sapatas corridas, o comprimento de ancoragem necessário l_b torna-se importante e às vezes é ele quem determina a dimensão das abas, as quais devem alojar l_b .

A força que as armaduras devem ancorar na seção 2-2 é $R_{st} = \frac{a_l}{d} \cdot V_{2-2d} \geq 0,5 \cdot V_{2-2d}$, como vimos no capítulo Detalhes Executivos (vide Tabela de l_{b1} neste capítulo).

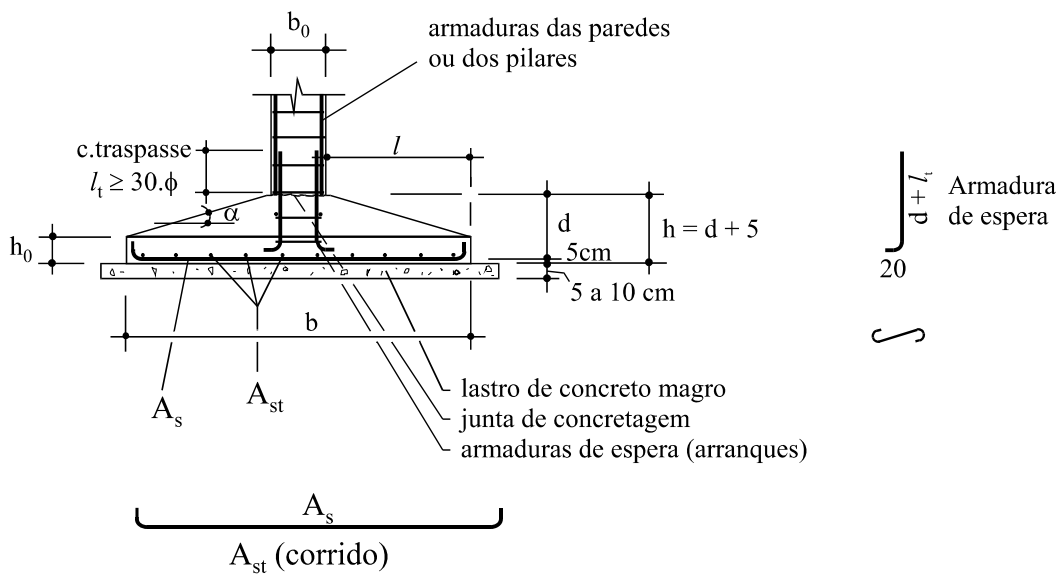
Como $R_{st} = (A_s)_{calc} \cdot f_{yd}$, $V_{2-2d} = 1,4 \cdot V_{2-2}$, adotamos $a_l/d = 0,75$ e sabendo que $l_b = l_{b1} \cdot \frac{(A_s)_{calc}}{(A_s)_{exist}}$,

temos o comprimento de ancoragem necessário $l_b = l_{b1} \cdot \frac{1,05 \cdot V_{2-2}}{f_{yd} \cdot (A_s)_{exist}}$

onde $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ (vide TABELA 1), e $(A_s)_{exist}$ é a área constituída pelo aço com suas bitolas comerciais que se adotou para a armadura principal, calculada no item C anterior.

Se estas condições não forem atendidas, aumenta-se as dimensões da sapata, ou adota-se diâmetros maiores e se necessário, armadura superabundante.

a.4) Detalhamento da armadura para SAPATA CORRIDA FLEXÍVEL

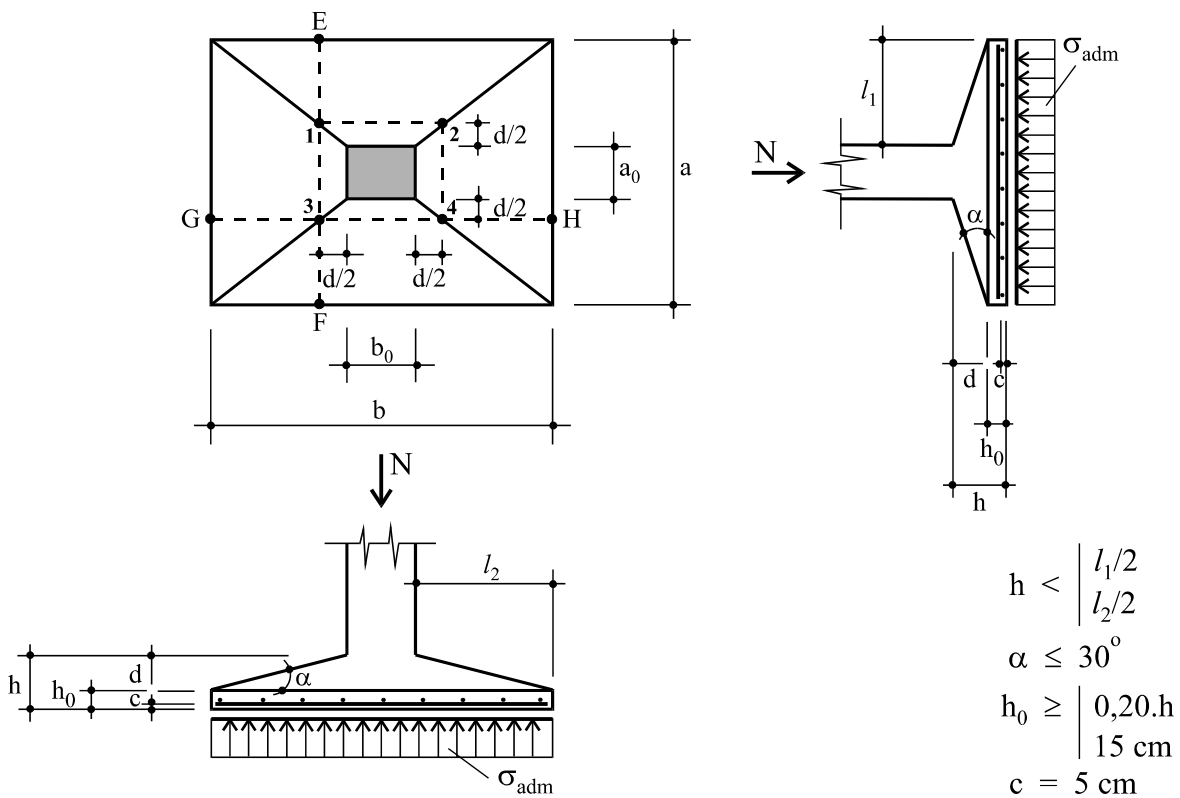


Sempre que as condições de aderência permitirem e tratando-se de elementos enterrados, deve-se dispôr a armadura principal com barras de grande diâmetro, que resistem melhor à corrosão.

$$\text{Armadura de distribuição: } \left| \begin{array}{l} A_{st} = A_s/5 \geq 0,9 \text{ (em cm}^2\text{/m)} \\ s_{min} = 33 \text{ cm} \end{array} \right. \quad \text{Ex.: } \phi 5,0 \text{ mm c. 20}$$

As demais disposições construtivas para as armaduras da sapata corrida flexível são as mesmas do capítulo Lajes.

b) Sapata isolada flexível



b.1) Cálculo da área da sapata

Supõe-se que o peso próprio da sapata flexível com área da base A seja 6% do carregamento. Então

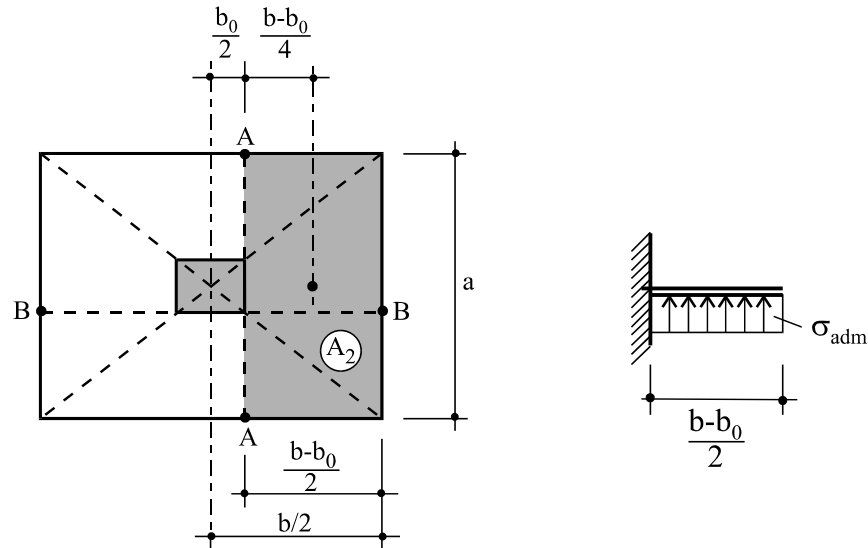
$$A = \frac{1,06.N}{\sigma_{adm}} = a.b, \text{ e adota-se valores para } a \text{ e para } b.$$

b.2) Cálculo dos esforços

Para a determinação dos momentos fletores e das forças cortantes, considera-se que as abas da

sapata isolada flexível comportam-se como lajes em balanço e engastadas em seções que passam pelos lados do pilar.

- Esquema estático



- Momentos fletores

$$M_{A-A} = a \cdot \underbrace{\frac{(b-b_0)}{2}}_{A_2} \cdot \underbrace{\sigma_{adm} \cdot \frac{(b-b_0)}{4}}_{\text{braço}} = a \cdot \sigma_{adm} \cdot \frac{(b-b_0)^2}{8}$$

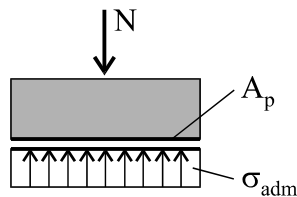
do mesmo modo, $M_{B-B} = b \cdot \sigma_{adm} \cdot \frac{(a-a_0)^2}{8}$

- Forças cortantes

$$V_{E-F} = \frac{(b-b_0-d)}{2} \cdot a \cdot \sigma_{adm}$$

$$V_{G-H} = \frac{(a-a_0-d)}{2} \cdot b \cdot \sigma_{adm}$$

b.3) Verificação do puncionamento (conforme visto no capítulo LAJES)



- Carga de punção: $N_p = N - A_p \cdot \sigma_{adm}$

onde A_p = área correspondente ao perímetro 1-2-3-4, chamado de u .

- Verificação da tensão de cisalhamento por efeito da punção (τ_{pd}):

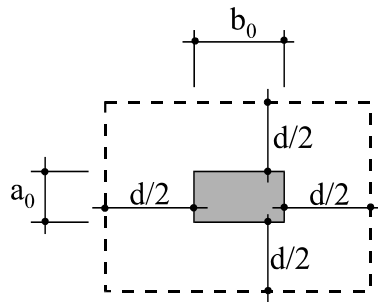
$$\tau_{pd} = \frac{N_{pd}}{u \cdot d} \leq \tau_{pdu} = 2,01 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad \text{com } \tau_{pdu} \text{ e } f_{ck} \text{ em kgf/cm}^2; \gamma_c = 1,4$$

Segue o roteiro de cálculo:

A. Arbitra-se um valor qualquer para k_c , na TABELA 5. Por exemplo, $k_c = (k_c)_{lim}$.

B. Calcula-se $d = \sqrt{k_c} \cdot \sqrt{M/a_0}$, onde M é o maior valor entre M_{A-A} e M_{B-B} , e a_0 (ou b_0) o lado correspondente do pilar.

C. Calculam-se u e A_p :



$$u = 2 \cdot (d + a_0) + 2 \cdot (d + b_0)$$

$$A_p = (d + a_0) \cdot (d + b_0)$$

D. Calcula-se a carga de punção: $N_p = N - A_p \cdot \sigma_{adm}$

E. Calcula-se a tensão de cisalhamento por punção, supondo que a carga N_p produza tensões tangenciais uniformemente distribuídas na área $u \cdot d$:

$$\tau_{pd} = \frac{N_{pd}}{u \cdot d} = \frac{1,4 \cdot N_p}{u \cdot d}$$

F. Se este valor for menor que $\tau_{pdu} = 2,01 \cdot \sqrt{f_{ck}} / 1,4$, a armadura de punção é dispensada e prosseguimos no item H adiante. Caso contrário, aumenta-se o valor de d , arbitrando-se um valor maior para k_c e recomeçamos do item A anterior.

G. Com o valor definitivo de k_c , entra-se novamente na TABELA 5 e tira-se o valor de k_s , na mesma linha.

H. Calcula-se a armadura de tração na direção B-B:

$$A_{sB-B} = k_s \cdot \frac{M_{A-A}}{d} \geq (A_s)_{\min} \text{ como no caso de lajes}$$

I. Adota-se $A_{sA-A} = A_{sB-B}$ se a não for muito diferente de b , que é comum na prática.

J. Verifica-se a força cortante de tal maneira que se possa dispensar a armadura de cisalhamento, como foi feito no item a.3.D anterior.

b.4) Ancoragem das armaduras

No caso de sapatas isoladas, o comprimento de ancoragem necessário l_b torna-se importante e às vezes é ele quem determina a dimensão das abas, as quais devem alojar l_b .

A força que as armaduras devem ancorar na seção E-F e G-H é $R_{st} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d \geq 0,5 \cdot V_d$,

(e neste caso V pode ser V_{E-F} ou V_{G-H}), como vimos no capítulo Detalhes Executivos (vide Tabela de l_{b1} neste capítulo).

Como $R_{st} = (A_s)_{\text{calc}} \cdot f_{yd}$, $V_d = 1,4 \cdot V$, adotamos $a_l/d = 0,75$ e sabendo que $l_b = l_{b1} \cdot \frac{(A_s)_{\text{calc}}}{(A_s)_{\text{exist}}}$,

temos o comprimento de ancoragem necessário $l_b = l_{b1} \cdot \frac{1,05 \cdot V}{f_{yd} \cdot (A_s)_{\text{exist}}}$

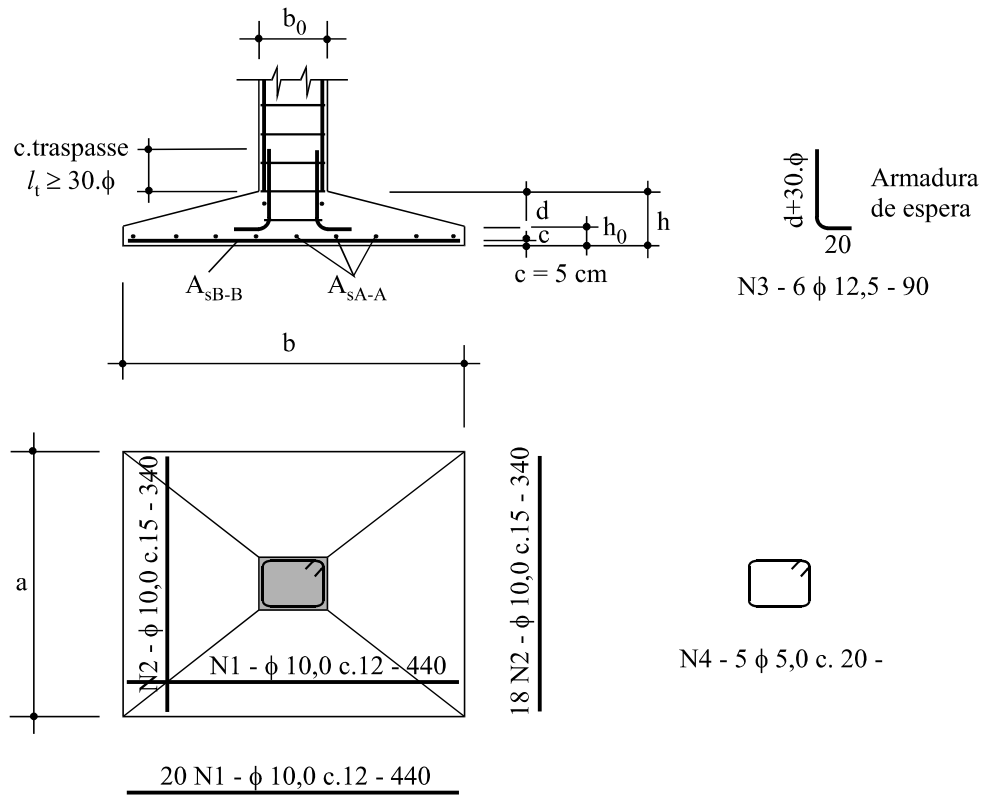
onde $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ (vide TABELA 1), e $(A_s)_{\text{exist}}$ é a área constituída pelo aço com suas bitolas comerciais que se adotou para a armadura principal, calculada nos itens H e I anteriores.

Se estas condições não forem atendidas, aumenta-se as dimensões da sapata, ou adota-se diâmetros maiores e se necessário, armadura superabundante.

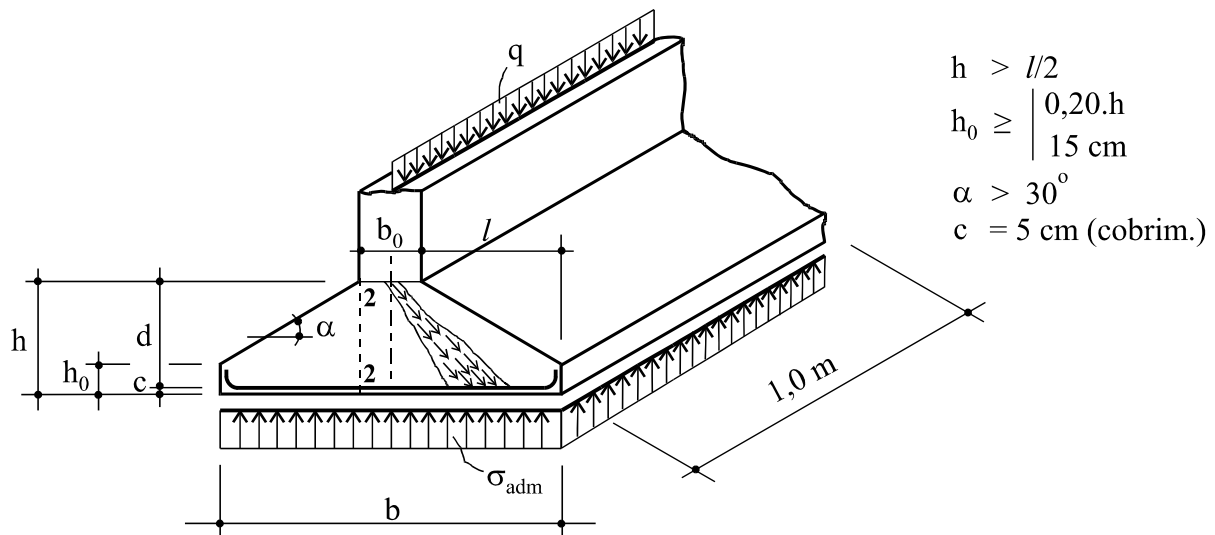
b.5) Detalhamento da armadura para SAPATA ISOLADA FLEXÍVEL

Se a sapata for quadrada, distribui-se a armadura uniformemente nas duas direções. Se a sapata

for rectangular, the reinforcement parallel to the larger side **b** distributes uniformly, but the reinforcement parallel to the smaller side **a** must concentrate more in the central part.



c) Sapata corrida rígida



c.1) Cálculo da largura da sapata

Supõe-se que o peso próprio da sapata rígida seja 10% do carregamento. Então

$$1,10.q = b.\sigma_{adm} \Rightarrow b = \frac{1,10.q}{\sigma_{adm}}$$

c.2) Cálculo dos esforços

O carregamento vertical q é transmitido à base da sapata através de bielas de compressão, sendo que a força de tração nas armaduras é dada por

$$F = q \cdot \frac{(b-b_0)}{8.d}$$

c.3) Verificação das tensões de compressão nas bielas de concreto

$$\sigma_{max} = \frac{q}{b.d_0} \cdot \frac{1}{d_0-d} \cdot (d_0^2 + \frac{b^2}{4}) \quad \text{onde} \quad d_0 = \frac{b.d}{b-b_0}$$

Devemos ter $\sigma_{max} \leq 0,20.f_{cd}$ (ou $\sigma_{max} \leq 0,14.f_{ck}$). Caso contrário, aumenta-se a altura h .

c.4) Cálculo da armadura de tração e de distribuição

- Armadura de tração: $A_s = \frac{\gamma_f \cdot F}{f_{yd}} \geq (A_s)_{min}$ como no caso das lajes,
com $\gamma_f = 1,4$ e $f_{yd} = f_{yk}/1,15$

- Armadura de distribuição: $A_{st} = A_s/5 \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ e $(s_t)_{min} = 33 \text{ cm}$

c.5) Verificação das tensões de cisalhamento

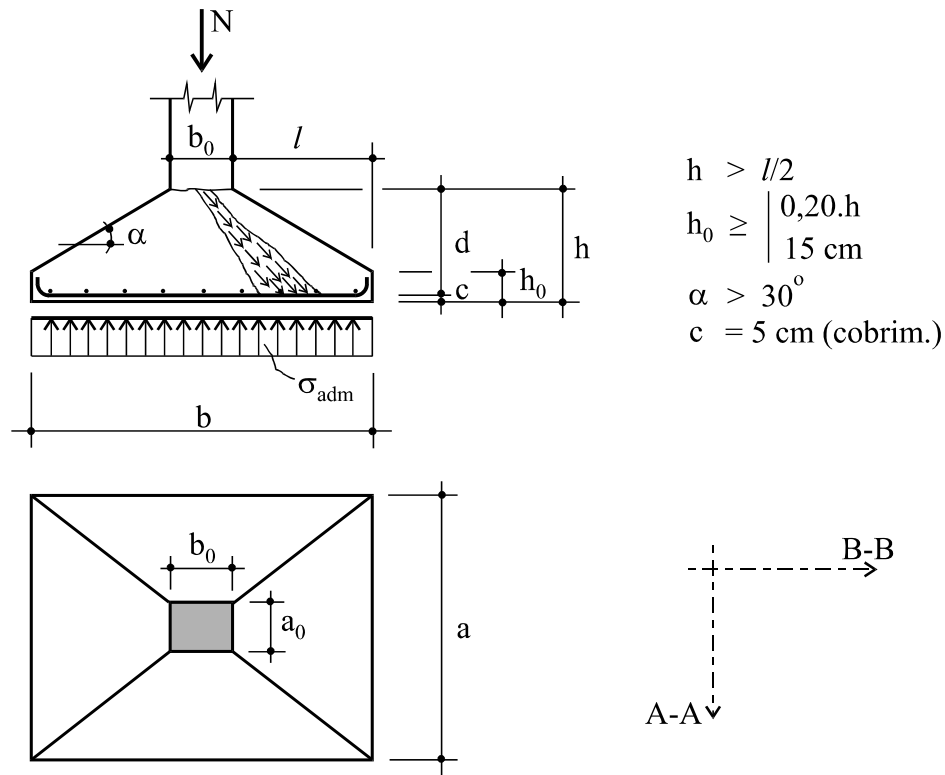
Esta verificação é feita na seção 2-2, com o roteiro de cálculo que se segue:

A. Força cortante: $V_{2-2} = \frac{(b-b_0)}{2} \cdot \sigma_{adm} \cdot l$ (em tf/m)

B. Taxa de armadura longitudinal: idem ao item a.3.D

C. Coeficiente ψ_4 : idem ao item a.3.E

D. τ_{wul} : idem ao item a.3.F

d) *Sapata isolada rígida*

d.1) Cálculo da área da sapata

Supõe-se que o peso próprio da sapata rígida seja 10% do carregamento. Então

$$A = \frac{1,10.N}{\sigma_{adm}} = a.b \quad \text{e escolhe-se } a \text{ e } b.$$

d.2) Cálculo dos esforços

A carga vertical N é transmitida à base da sapata através das bielas de compressão, sendo que as forças de tração nas duas armaduras, nas direções A-A e B-B, são dadas por:

$$F_{A-A} = \frac{N.(a-a_0)}{8.d} \quad \text{e} \quad F_{B-B} = \frac{N.(b-b_0)}{8.d}$$

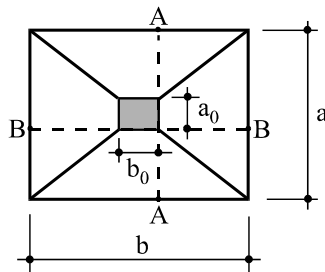
d.3) Cálculo das armaduras de tração

$$A_{sA-A} = \frac{1,4.F_{A-A}}{f_{yd}} \geq (A_s)_{\min} \quad \text{e} \quad A_{sB-B} = \frac{1,4.F_{B-B}}{f_{yd}} \geq (A_s)_{\min}$$

com $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ e $\gamma_s = 1,15$, e $(A_s)_{\min}$ tem os mesmos limites já vistos nas lajes.

d.4) Verificação do cisalhamento

Verifica-se as tensões de cisalhamento com as forças cortantes das seções A-A e B-B:



$$V_{A-A} = \frac{(b-b_0)}{2} \cdot \sigma_{adm} \cdot a$$

$$V_{B-B} = \frac{(a-a_0)}{2} \cdot \sigma_{adm} \cdot b$$

Se b não for muito diferente de a , faz-se apenas uma verificação com o maior valor da força cortante, e procede-se como no caso de sapata corrida flexível, do item a.3.D ao item a.3.H anteriores.

Caso contrário, aumenta-se a altura h da sapata e retorna-se ao item d.2 anterior.

d.5) Ancoragem das armaduras

A força que as armaduras devem ancorar na seção A-A e na seção B-B é

$$R_{st} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d \geq 0,5 \cdot V_d \quad (\text{neste caso } V_d \text{ pode ser } V_{A-A} \text{ ou } V_{B-B}),$$

como vimos no capítulo Detalhes Executivos (vide Tabela de l_{b1} neste capítulo).

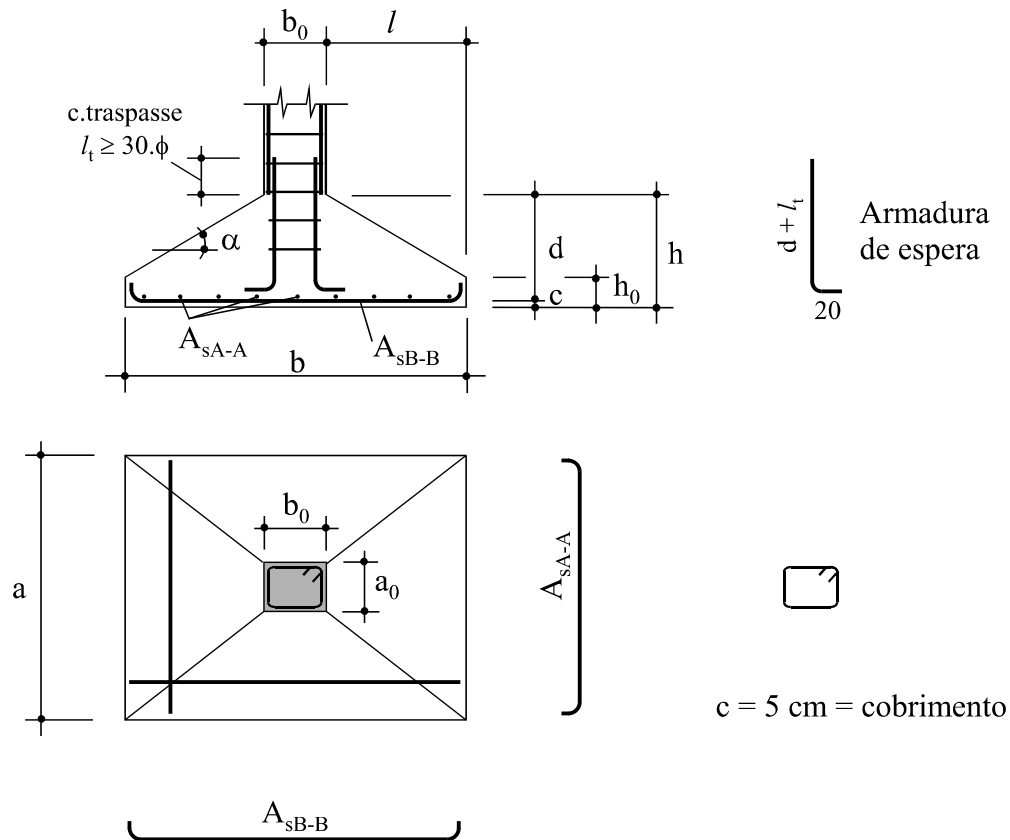
Como $R_{st} = (A_s)_{calc} \cdot f_{yd}$, $V_d = 1,4 \cdot V$, adotamos $a_l/d = 0,75$ e sabendo que $l_b = l_{b1} \cdot \frac{(A_s)_{calc}}{(A_s)_{exist}}$,

temos o comprimento de ancoragem necessário $l_b = l_{b1} \cdot \frac{1,05 \cdot V}{f_{yd} \cdot (A_s)_{exist}}$

onde $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ (vide TABELA 1), e $(A_s)_{exist}$ é a área constituída pelo aço com suas bitolas comerciais que se adotou para as armaduras principais de tração A_{sA-A} ou A_{sB-B} , calculadas no item d.3) anterior.

Se estas condições não forem atendidas, aumenta-se as dimensões da sapata, ou adota-se diâmetros maiores e se necessário, armadura superabundante.

d.6) Detalhamento das armaduras para SAPATA ISOLADA RÍGIDA



5. FUNDAÇÕES PROFUNDAS

5.1- Introdução

As fundações profundas são usadas quando os solos superficiais têm baixa capacidade de carga e são compressíveis, impedindo o emprego das fundações rasas.

Estudaremos dois tipos de fundações profundas: tubulões e estacas.

5.2- Tubulões

5.2.1- Introdução

Os tubulões podem ser *pneumáticos*, que são empregados quando o solo exige escoramentos para ser escavado e sua base fica abaixo do lençol freático, ou *a céu aberto*, que equivale a um poço

escavado mecânica ou manualmente, em terrenos coesivos e acima do nível d'água, não exigindo escoramentos para sua perfuração.

5.2.2- Esquema estrutural do tubulão de fuste e base circulares

a) Cálculo da área do fuste (geralmente se adota para concreto ciclópico, $f_{cd} \approx 50 \text{ kgf/cm}^2$)

$$A_F = \frac{N_d}{f_{cd}} \Rightarrow \frac{\pi \cdot \phi_F^2}{4} = \frac{1,4 \cdot N}{f_{ck}/1,4} \Rightarrow \phi_F = 1,58 \cdot \sqrt{N/f_{ck}}$$

Quando o tubulão é escavado manualmente (a céu aberto), o valor mínimo do diâmetro do fuste é $(\phi_F)_{\min} = 70 \text{ a } 80 \text{ cm}$. Geralmente adota-se $h_0 = 20 \text{ cm}$ (ver figura abaixo).

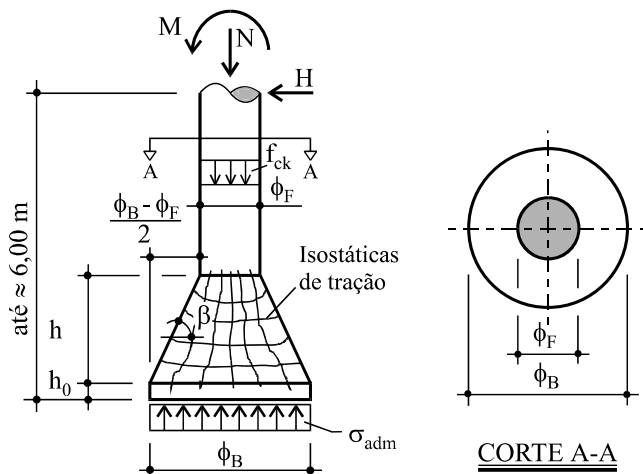
b) Cálculo da área da base alargada, quando o terreno não suporta as pressões do fuste

A resistência lateral é nula na base, e ao longo do fuste é difícil de ser estimada. Devido aos processos construtivos, a resistência lateral no fuste tem valor baixo e admite-se que ela apenas equilibra o peso próprio do tubulão, e portanto temos

$$N = \sigma_{adm} \cdot A_B$$

Neste caso a área da base A_B é dimensionada como fundação direta, só que localizada à grande profundidade, e a tensão admissível ou taxa de trabalho do solo σ_{adm} é tirada do item 3.2.4.d.

$$A_B = \frac{N_d}{\sigma_{adm}} \Rightarrow \frac{\pi \cdot \phi_B^2}{4} = \frac{1,4 \cdot N}{\sigma_{adm}} \Rightarrow \phi_B = 1,33 \cdot \sqrt{N/\sigma_{adm}}$$



c) A inclinação β é de tal modo que não se precise armar o tubulão, e assim as tensões de tração são absorvidas pelo próprio concreto. Para o concreto adota-se $f_{ck} \leq 70 \text{ kgf/cm}^2$ e a tensão máxima de tração no concreto é dada por $(f_t)_{\max} = \frac{\sigma_{adm}}{\text{tg } \beta / \beta - 1}$

de σ_{adm} é a tensão admissível do terreno no nível da base do tubulão. Para não ser preciso armar o tubulão, basta que $(f_t)_{\max} \leq f_{tk}/2$ (item 6.2.2.a), sendo f_{tk} a resistência característica do concreto à tração ($f_{tk} \cong f_{ck}/10$).

Combinando estas expressões, vem $\frac{\text{tg } \beta}{\beta} \geq 1 + \frac{\sigma_{\text{adm}}}{f_{\text{tk}}/2}$ de onde o valor de β (em radianos),

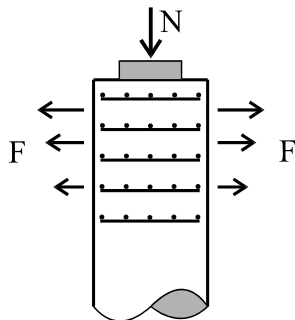
É obtido por tentativas, situando-se geralmente no intervalo de $65^\circ(1,13 \text{ rad})$ a $68^\circ(1,19 \text{ rad})$, para os valores usuais de σ_{adm} e de f_{tk} .

d) Cálculo da altura da base h

Pela figura acima, $\text{tg } \beta = h/(\phi_B - \phi_F)/2$ e com o valor de β calculado no item c), conclui-se que $h = (\phi_B - \phi_F) \cdot \text{tg } \beta/2$.

e) Carga vertical centrada ou excêntrica

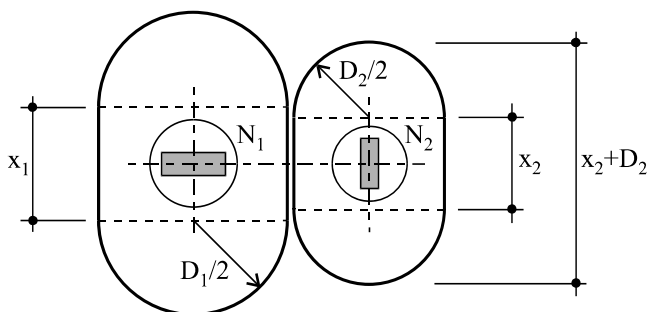
Quando houver carga excêntrica ou carga horizontal, deve-se verificar nos tubulões os esforços devidos à flexo-compressão, cisalhamento e deformações horizontais. O fuste somente é armado quando o tubulão está submetido a momentos.



Também se dimensiona uma armadura de fretagem na cabeça do tubulão, quando houver problemas de pressões em áreas reduzidas, ocasionando forças F de tração no concreto, conforme vemos na figura ao lado. Esta armadura é calculada conforme o item 6.2 que veremos adiante.

f) Pilares próximos

Quando os pilares estão muito próximos, e as bases dos dois tubulões que os suportam tendem a se sobrepor, faz-se o alargamento da base de um ou dos dois tubulões, em forma de falsa elipse.

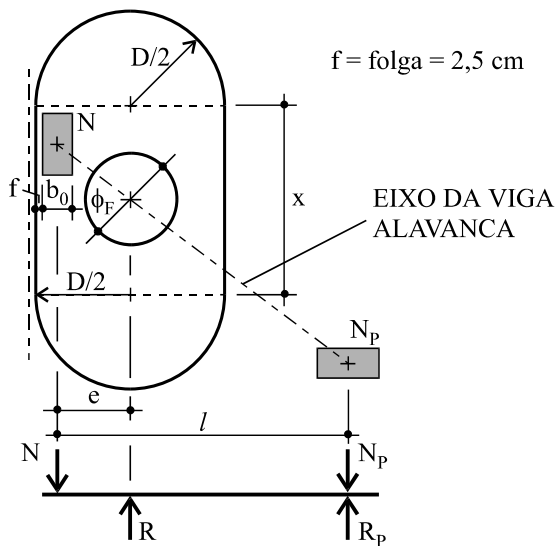


A base do tubulão, em forma de falsa elipse, tem área $A_B = x \cdot D + \pi \cdot D^2/4$, com $x \leq D$.

A altura h da base é calculada como no item c), onde ϕ_B é substituído pelo valor $x + D$.

g) Pilar na divisa

Para contrabalancear o momento causado pela excentricidade e , aplicamos na ponta da viga alavanca uma força ΔN , que é absorvida por um pilar central. A função da viga alavanca ou de equilíbrio que introduzimos, é a de ligar o pilar de divisa, o tubulão de divisa e o pilar central, como mostra a figura abaixo, de modo similar ao item 4.2.3.c.



g.1) Dimensionamento do tubulão de divisa

No equilíbrio da viga alavanca, sai o valor da reação R que atua no tubulão

$$R = N \cdot \frac{l}{l - e} \quad \text{com} \quad e = \frac{D}{2} - \frac{b_0}{2} - f$$

A área da base do tubulão, na forma de falsa elipse, é calculada por

$$A_B = x \cdot D + \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \Rightarrow x = \frac{A_B}{D} - \frac{\pi}{4} \cdot D$$

$$\text{onde } A_B = R / \sigma_{adm}.$$

O diâmetro D é escolhido em função da distância l entre os dois pilares e deve ser o menor possível. O ideal é se ter $x \cong D$ ($D/2 < x < 3 \cdot D/2$).

g.2) Dimensionamento do tubulão do pilar central

Devido à presença da viga alavanca, a carga N_p do pilar central é aliviada do valor $\Delta N = R - N$, mas como a rigidez da viga alavanca não é grande, toma-se apenas a metade do alívio ΔN , ficando a favor da segurança.

Então a carga que atua no tubulão central é $N_p - 0,5 \cdot \Delta N$, sendo o alívio $\Delta N = R - N$.

Logo a área da base do tubulão central é $A_{BP} = \frac{N_p - 0,5 \cdot (R - N)}{\sigma_{adm}}$.

5.3- Estacas

5.3.1- Introdução

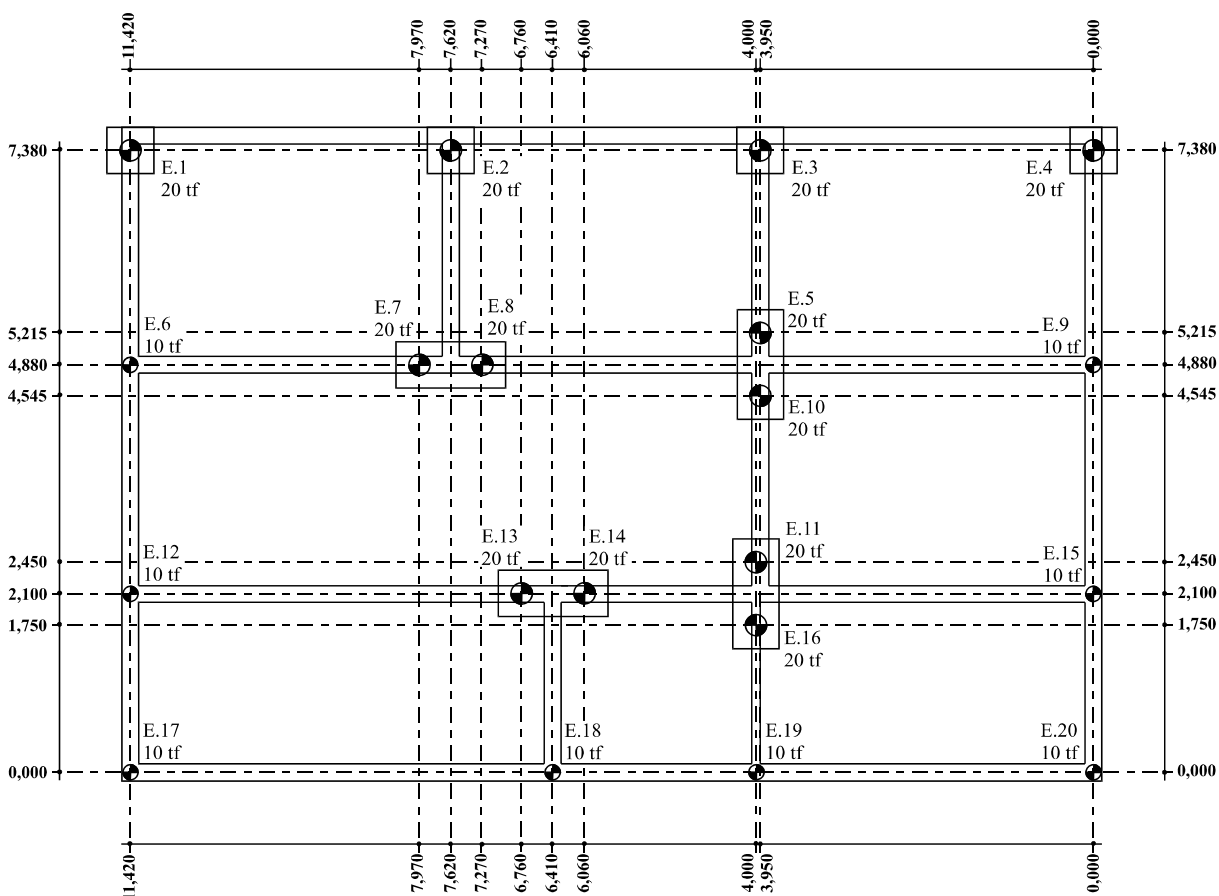
A execução de estacas pré-moldadas ou moldadas “in loco” geralmente fica a cargo de firmas es-

pecializadas, que fornecem o projeto de fundações e fazem o seguro contra danos a terceiros, quando for necessário.

Cumpre-nos então fornecer alguns aspectos práticos quanto à locação, resistência, posição e consumo de materiais das estacas moldadas “in loco” mais usadas.

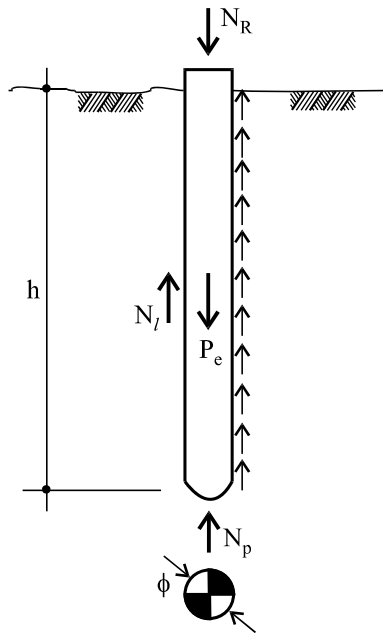
5.3.2- Locação das estacas

Um modo prático de se fazer a locação das estacas, após a execução do gabarito perfeitamente esquadrejado e nivelado, é marcar as cotas de modo crescente em cada par de lados paralelos do mesmo, como indica a figura abaixo. Para isto, basta fixar a ponta de uma trena metálica no gabarito e marcar as cotas com um prego. Unindo duas cotas correspondentes por duas linhas ou arames ortogonais, em seu cruzamento temos a posição de cada estaca, que pode ser transportada para um piquete cravado no solo através de um prumo de centro.



5.3.3- Capacidade de carga das estacas

A capacidade de carga da estaca é a soma de sua resistência de ponta e de sua resistência de atrito lateral.



Pela figura ao lado, observamos que

$$N_R = N_p + N_l - P_e$$

onde

N_R = carga que causa a ruptura da estaca

N_p = resistência do terreno na ponta da estaca

N_l = resistência na superfície lateral da estaca, composta pela aderência e pelo atrito

P_e = peso próprio da estaca

Os termos N_p e N_l podem ser estimados pelas expressões a seguir:

$$N_p = \sigma_{adm} \cdot A_p \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_{adm} \text{ pode ser obtido pela Tabela 14} \\ A_p = \pi \cdot \phi^2 / 4 = \text{área da base da estaca} \end{array} \right.$$

$$N_l = f \cdot A_l \quad \left| \begin{array}{l} f = \text{coeficiente médio de resistência lateral (adesão + atrito),} \\ \text{que pode ser obtido pela Tabela 14} \\ A_l = \pi \cdot \phi \cdot h = \text{área lateral da estaca} \end{array} \right.$$

5.3.4- Consumo de materiais e algumas características das estacas moldadas “in loco” mais usadas

a) Cota de arrasamento

Costuma-se elevar a cota de arrasamento das estacas moldadas “in loco” de 10 a 15 cm, e depois cortar a estaca, rebaixando-a até a cota definitiva, pelo motivo da má qualidade que o concreto geralmente apresenta neste local, devido à subida da água de amassamento e a mistura com terra.

b) Estaca-broca com $(N_e)_{adm} = 10 \text{ tf}$

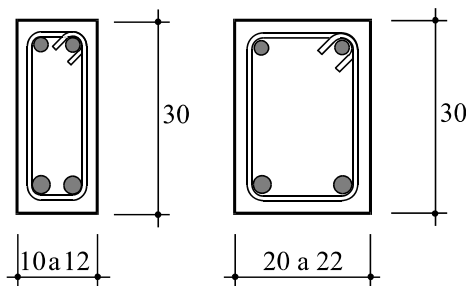
Estas estacas, que nada mais são do que brocas mais longas, são as mais usadas em residências térreas, desde que sua ponta sempre fique acima do nível máximo do lençol d'água. Seu diâmetro é geralmente de 18 cm e o consumo de cimento é de 1,5 sacos de 50 kg por broca, para comprimentos da ordem de 9 a 11 metros.

Quando a ponta desta estaca não atingir solo boa com resistência (o que equivale dizer que não atingiu a “nega”), deve-se verificar se a resistência lateral é suficiente para suportar a carga. Para isto, a estaca não deve ficar inteiramente em camadas arenosas e muito permeáveis, onde a umidade pode reduzir e até anular o atrito lateral.

A ferragem de armação ao longo do fuste não é necessária. Costuma-se colocar apenas 3 ou 4 ferros de espera, que garantem a ligação com a viga baldrame, com os blocos ou diretamente com os pilares. Estes ferros devem ficar pelo menos um metro dentro das estacas.

- diâmetro entre 18 e 25 cm;
- comprimento de 9 a 11 m;
- espaçamento = $\frac{10}{2,5} \frac{\text{tf}}{\text{tf/m}} = 4,0 \text{ m}$

Nas obras de residências térreas em que dispomos de espaçamento regular de quatro metros entre as estacas, podemos usar vigas baldrame com altura de 30 cm, aproveitando para suas formas as tábuas comerciais de 12" (30 x 2,5 cm). Costumeiramente nestas obras, a ferragem de espera para os pilares ou colunas é de 4 ferros de 10 mm, e as ferragens e armações mais usadas nas vigas baldrames são as da figura abaixo, considerando que os momentos negativos nos apoios são maiores que os momentos positivos nos vãos, quando o espaçamento entre os apoios é regular:



inferior (positiva): 2 ϕ 8 mm

superior (negativa): 2 ϕ 10 mm

estribos: ϕ 5 mm c. 20

c) Estaca tipo Strauss com $(N_e)_{adm} = 20 \text{ tf}$

Pode ser usada se não ficar inteiramente em camada de areia pura. É possível até em areia muito argilosa, mas requer cuidados na execução. Se necessário, é tolerável que sua ponta se situe de 2,00 a 3,00 metros abaixo do nível máximo do lençol d'água, em razão de que ela é encamisada ao ser executada.

- diâmetro de 25 a 30 cm
- comprimento de 12 a 14 m
- espaçamento = $\frac{20}{6} \frac{\text{tf}}{\text{tf/m}} \cong 3 \text{ m}$

A estaca tipo Strauss é a mais usada em sobrados de dois pavimentos, devido à sua capacidade de carga de 20 tf, e também nas proximidades das divisas do terreno, quando existem construções vizinhas que poderiam sofrer danos durante o apiloamento da estaca-broca.

Seu diâmetro é geralmente de 25 cm e o consumo de cimento é de 2 sacos de 50 kg por estaca, para comprimentos da ordem de 9 a 11 metros.

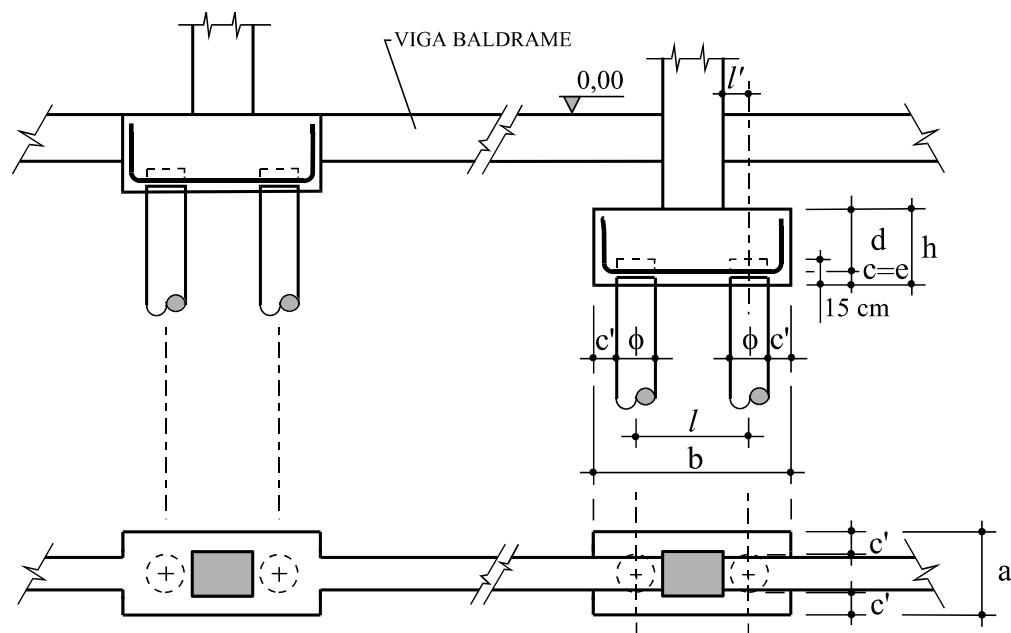
A ferragem de armação é a mesma usada nas estacas-brocas, que vimos no item anterior.

6. BLOCOS SOBRE ESTACAS

6.1- Introdução

Quando a carga aplicada ultrapassa a resistência da estaca, são cravadas outras estacas próximas umas das outras, e suas cabeças são unidas com um bloco que também serve para apoio do pilar, conhecido como **bloco de capeamento** ou **bloco de transição**.

Na maior parte dos casos, as estacas são verticais. Quando houver cargas horizontais importantes, fazendo com que a resultante das cargas não coincida com o CG do bloco, colocam-se estacas inclinadas.



Recomenda-se as seguintes **dimensões** e **limitações** para os blocos sobre estacas:

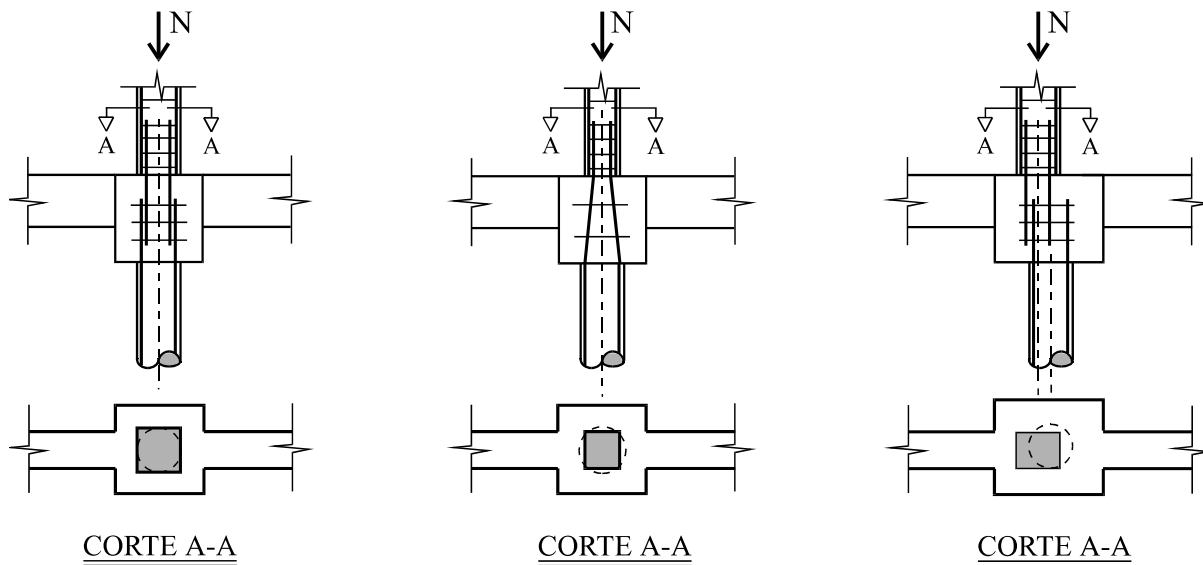
- $c = 5 \text{ cm}$ (cobrimento da armadura)
- $e = 5 \text{ cm}$ (a concretagem da estaca deve ser finalizada numa cota 15 cm acima da base do bloco. Despreza-se os últimos 10 cm da estaca devido à má qualidade do concreto nesta região, quando esta for moldada in loco)
- $h = d + c \geq 30 \text{ cm}$
- $l' \leq 1,5 \cdot h$ para que se possa considerar o bloco como um elemento rígido
- $l \geq \begin{cases} 2,5 \cdot \phi \\ 75 \text{ cm} \end{cases}$
- $d \geq l/2$
- $c' = 10 \text{ a } 15 \text{ cm}$ e então teremos $\rightarrow \begin{cases} a = \phi + 2 \cdot c' \\ b = \phi + 2 \cdot c' + l \end{cases}$

6.2- Bloco sobre uma estaca

Este tipo de bloco é empregado nos casos abaixo:

- quando a largura do pilar ou da viga baldrame é menor que o diâmetro da broca ou estaca, para aproveitar toda a capacidade de carga da estaca e evitar a concentração de tensões;
- para alojar a ferragem de espera ou a ferragem do pilar, emendando-a com a ferragem da estaca;
- por problemas construtivos na cravação da estaca, quando seu eixo não coincide com o eixo do pilar.

O bloco irá garantir a ligação estaca-pilar, mas devemos examinar os momentos que surgem na base do pilar e na cabeça da estaca, devido à essa excentricidade. Apesar de ser comum nas obras o intertravamento das vigas baldrame, que ameniza este problema, devemos analisar a necessidade do emprego de vigas de equilíbrio (ou vigas alavancas) para absorver estes momentos.

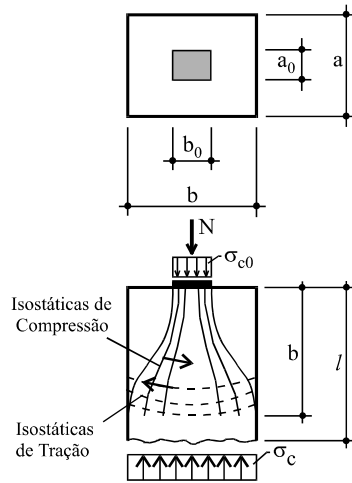


O bloco sobre uma estaca é calculado considerando a ***pressão em áreas reduzidas ou parciais***.

Devido à compressão vertical, surgem no bloco tensões horizontais de tração, que devem ser resistidas por estribos horizontais.

São duas as verificações a serem feitas nos blocos sobre uma estaca: esmagamento da zona de contato entre pilar e bloco e absorção dos esforços de tração.

6.2.1- Esmagamento da zona de contato



O estado biaxial de tensões funciona como um cintamento ao concreto, elevando sobremaneira sua resistência à compressão f_{ck} .

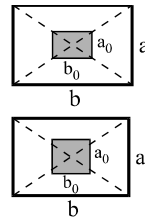
Verifica-se que a distribuição de tensões é uniforme a partir de uma profundidade l aproximadamente igual à maior dimensão da seção axb , isto é, da área de contato até aí temos esforços de tração no bloco, como mostram as linhas isostáticas na figura ao lado.

Devemos ter
$$\sigma_{c0d} = \frac{N_d}{a_0 \cdot b_0} \leq \sigma_{c0du}$$

com:

$$\sigma_{c0du} = f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot b}{a_0 \cdot b_0}} \leq 260 \text{ kgf/cm}^2 \text{ para seções homotéticas}$$

$$\sigma_{c0du} = f_{cd} \cdot \sqrt[3]{\frac{a \cdot b}{a_0 \cdot b_0}} \leq 210 \text{ kgf/cm}^2 \text{ para seções não homotéticas}$$



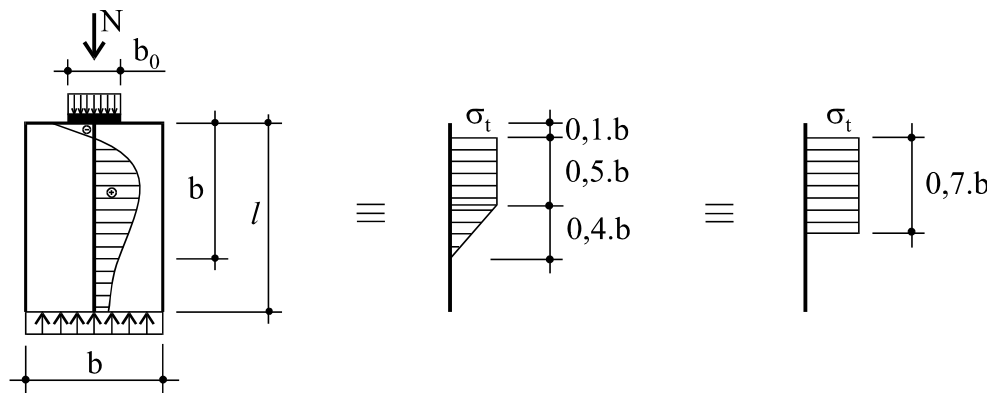
Se esta condição não se verificar, temos duas opções: melhorar a resistência f_{ck} do concreto, ou aumentar as dimensões axb do bloco.

Quando a carga se aplica numa faixa sobre um bloco linear (corrido), com uma das dimensões muito grande em relação à outra, a relação de áreas se substitui pela relação de larguras.

6.2.2- Absorção dos esforços de tração

As tensões de tração no bloco devem ser resistidas com armaduras adequadas. A figura abaixo mostra como agem as tensões de tração e de compressão.

a) Esquema estático



Admitindo um diagrama retangular simplificado de tensões, como mostra a figura acima,

a tensão máxima de cálculo de tração no concreto é
$$\sigma_{td} = 0,40 \cdot \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \cdot \frac{N_d}{a \cdot b}$$

e a força de tração no bloco na direção B-B é
$$F = 0,28 \cdot \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \cdot N$$

A armadura horizontal não é necessária se $\sigma_{td} \leq 0,5 \cdot f_{tk}$, onde a tensão de tração característica do concreto f_{tk} tem os seguintes valores:

$$\begin{aligned} f_{tk} &= f_{ck}/10 && \text{para } f_{ck} \leq 184 \text{ kgf/cm}^2 \\ f_{tk} &= 0,06 \cdot f_{ck} + 7 \text{ kgf/cm}^2 && \text{para } f_{ck} > 184 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

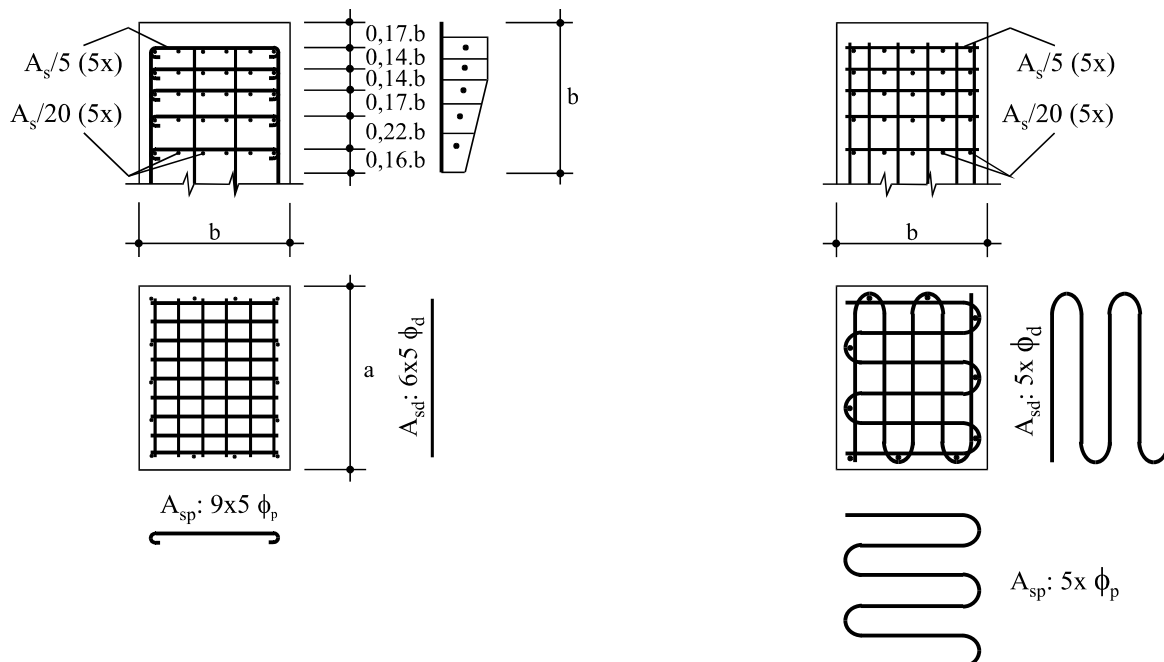
Havendo necessidade de armadura, esta é calculada por

$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot F}{f_{yd}} \quad \text{onde } \gamma_f = 1,4 \text{ e } f_{yd} = f_{yk}/1,15 \text{ (aço CA-50)}$$

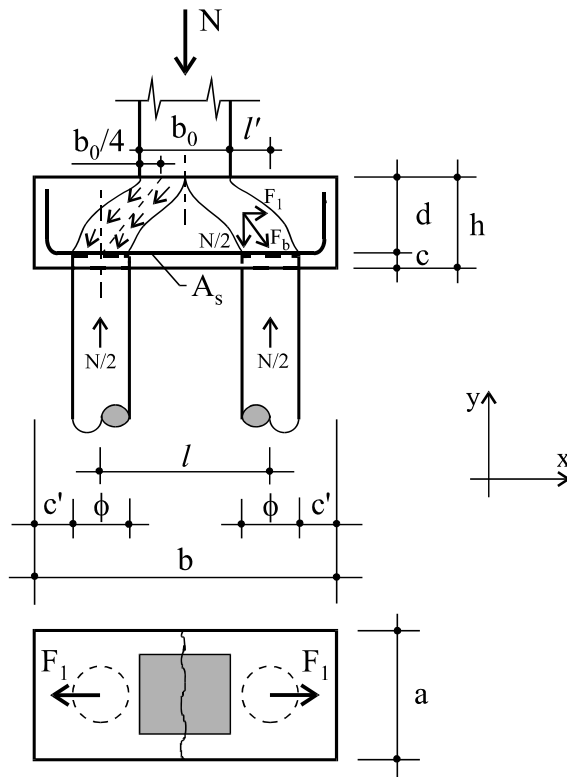
ou
$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot F}{2 \cdot f_{yd}}$$
 para estribos de dois ramos e usamos a Tabela 3.

b) Detalhamento das armaduras

Tomando por base o diagrama de tensões de tração acima, costuma-se colocar esta armadura principal A_{sp} em várias camadas horizontais, de duas maneiras: usando barras retas ou usando barras curvadas que formam uma malha. Nos dois casos, a armadura de distribuição A_{sd} é igual a $\frac{1}{4}$ da armadura principal.



6.3- Bloco sobre duas estacas



Sistema de forças na biela comprimida

$$F_b = \frac{N}{2 \cdot \cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{l}{2} - \frac{b_0}{4}}{d} = \frac{F_l}{N/2} \Rightarrow F_l = \frac{N}{2 \cdot d} \cdot \left(\frac{l}{2} - \frac{b_0}{4} \right)$$

Tensão de compressão na biela

$$\tau = \frac{F_b}{A}$$

6.3.1- Dimensões recomendadas

No item 6.1 encontram-se as dimensões e as limitações recomendadas para os blocos sobre duas estacas.

6.3.2- Cálculo dos esforços no bloco

Neste caso o bloco comporta-se como uma viga apoiada em duas estacas. Pelo **método das bielas de compressão**, supõe-se que no bloco rígido, a carga N é transmitida do pilar às estacas através de bielas oblíquas de compressão que se formam no concreto do bloco. A resultante das forças pode ser decomposta em F_l e $N/2$, onde $N/2$ atua em cada uma das duas estacas e F_l é a força na biela de tração constituída pela armadura.

a) Verificação da tensão de compressão nas bielas de concreto

a.1) Nas proximidades da estaca (ver figura acima)

$$\tau_{bde} = \frac{N_d}{2 \cdot A_e \cdot \cos^2 \alpha} \leq f_{cd}$$

onde A_e = área da seção transversal da estaca

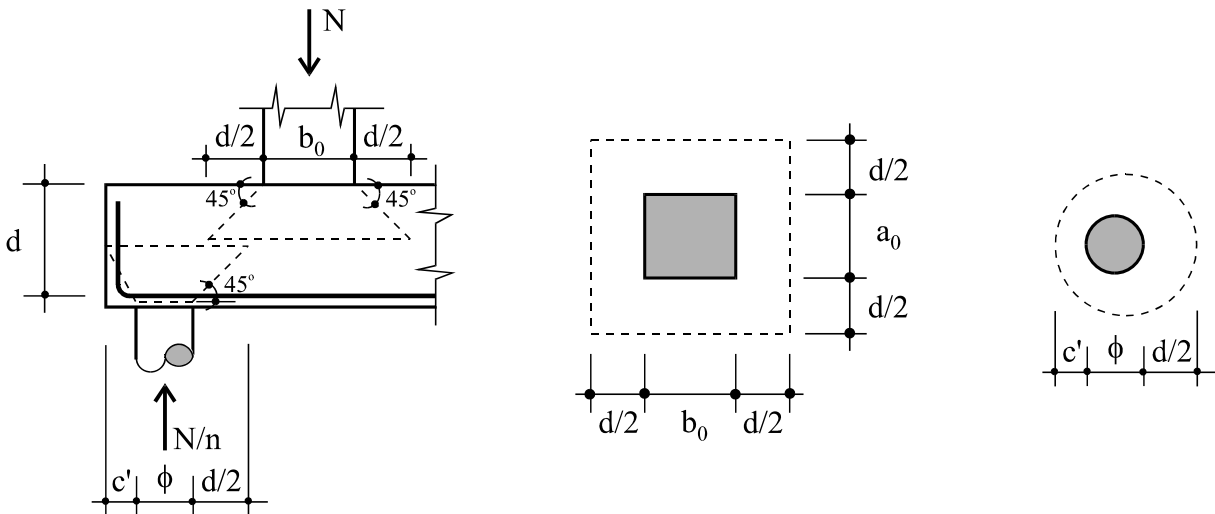
a.2) Nas proximidades do pilar (ver figura acima)

$$\tau_{bdp} = \frac{N_d}{A_p \cdot \cos^2 \alpha} \leq f_{cd} \quad \text{onde } A_p = \text{área da seção transversal do pilar}$$

Se as condições a.1) e a.2) não se verificarem, aumenta-se a altura útil **d**.

b) Verificação do cisalhamento (por punção)

Nos blocos correntes, as estacas de apoio sempre estão muito próximas e sua altura útil é grande, e neste caso não temos flexão propriamente dita, como em uma viga sobre dois apoios. A verificação do esforço cortante é feito então pelo puncionamento que o **pilar** e as **estacas** impõem ao bloco, em uma seção distante no máximo **d/2** da face destes.



A punção deve ser verificada em torno de cada estaca (τ_{pe}) e, dependendo das dimensões do bloco, também em torno do pilar (τ_{pp}), quando temos $\tau_{pp} > \tau_{pe}$. **Para que não seja necessária a armadura transversal de cisalhamento**, fazemos as verificações abaixo:

b.1) Generalizando, no bloco sobre **n** estacas, a força cortante que punciona o bloco **ao redor do pilar** de seção retangular $a_0 \times b_0$, tem o valor **N**, e devemos ter

$$\tau_{pp} = \frac{N/n}{d \cdot (a_0 + b_0 + 2 \cdot d)} \leq 2,01 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad (\text{com } \tau \text{ e } f_{ck} \text{ em kgf/cm}^2)$$

b.2) Generalizando, no bloco sobre **n** estacas, a força cortante que punciona o bloco **ao redor de cada estaca** tem o valor **N/n**, e devemos ter

$$\tau_{pe} = \frac{N/n}{\pi \cdot d \cdot (c' + \phi + d/2)} \leq 2,01 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad (\text{com } \tau \text{ e } f_{ck} \text{ em kgf/cm}^2)$$

Caso estas duas condições não sejam satisfeitas, devemos aumentar a altura útil **d**.

6.3.3- Cálculo e detalhamento das armaduras

a) Força de tração nas armaduras:
$$F = \frac{N}{2 \cdot d} \cdot \left(\frac{l}{2} - \frac{b_0}{4} \right)$$
 na direção x

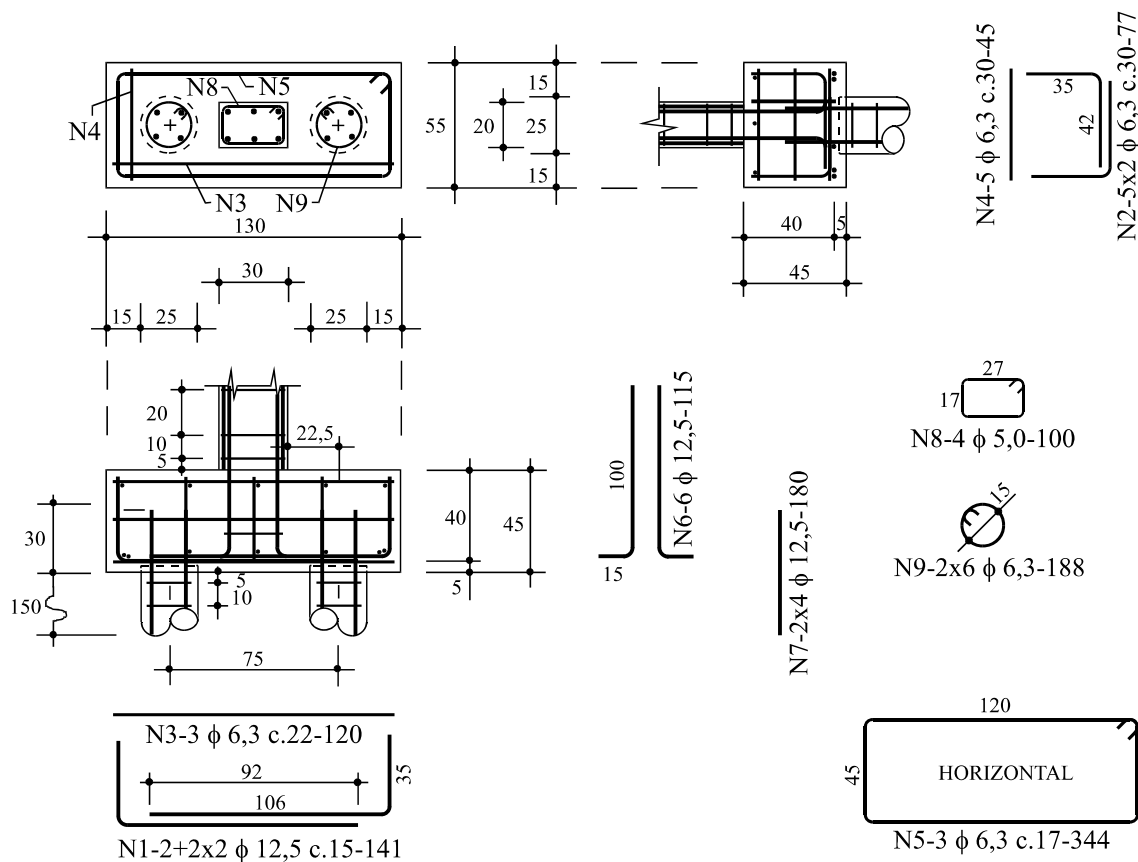
b) Armadura principal:
$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot F}{f_{yd}}$$
 (em cm^2) na direção x
onde $\gamma_f = 1,4$ e $f_{yd} = f_{yk}/1,15$
espaçamento máximo = 20 cm

c) Armadura de distribuição:
$$A_{sd} = 0,2 \cdot A_s$$
 (em cm^2) na direção y

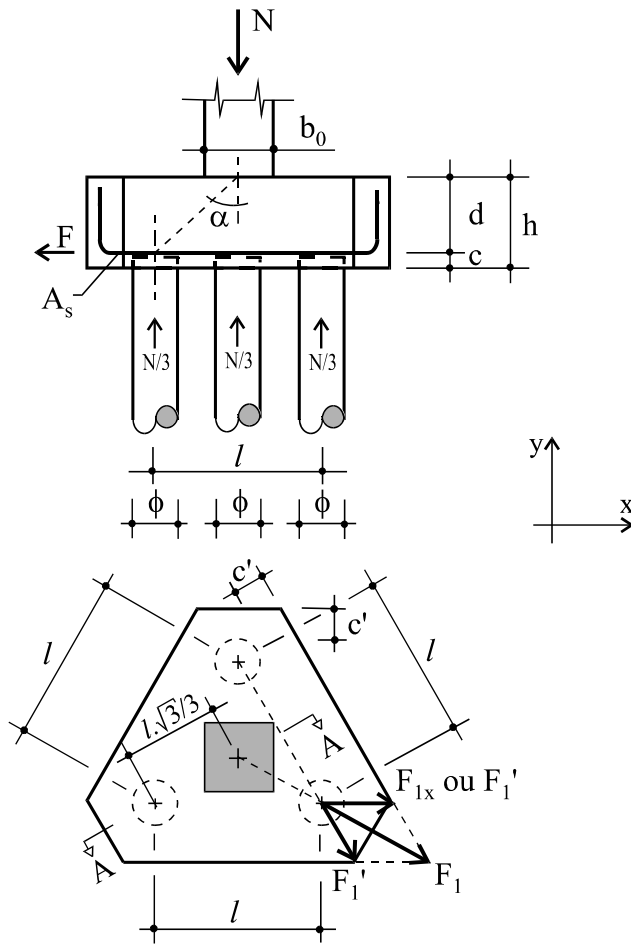
Esta armadura distribui a armadura principal; deve ter um mínimo de $0,9 \text{ cm}^2$ e seu espaçamento máximo é de 33 cm (3 barras por metro).

d) Para auxiliar no combate à fissuração da face superior do bloco, na sua ligação com o pilar, e à fissuração das faces laterais, recomenda-se colocar uma armadura $A_{st} = 0,2 \cdot A_s$ (em cm^2/m), constituída por uma malha horizontal de ferros e por estribos horizontais, nas direções x e y . Quando possível, podemos aproveitar para as barras verticais desta malha, parte da armadura principal e parte da armadura de distribuição. O espaçamento máximo é de 33 cm (3 barras por metro).

e) Detalhamento das armaduras



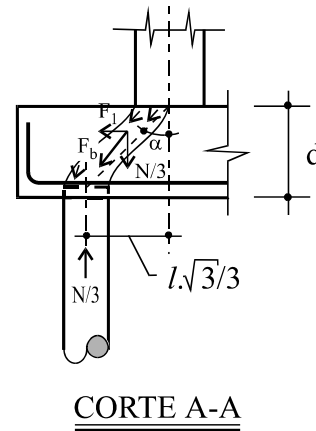
6.4- Bloco sobre três estacas



Sistema de forças na biela comprimida

$$F_b = \frac{N}{3 \cdot \cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l\sqrt{3}/3}{d} = \frac{F_1}{N/3} \Rightarrow F_1 = \frac{N \cdot l \cdot \sqrt{3}}{9 \cdot d}$$



6.4.1- Dimensões recomendadas

No item 6.1 encontram-se as dimensões e as limitações recomendadas para os blocos sobre três estacas.

6.4.2- Cálculo dos esforços no bloco

a) Verificação das tensões de compressão nas bielas de concreto

Em cada um dos dois casos que veremos a seguir, deve-se verificar as tensões de compressão nas bielas, como segue:

a.1) Nas proximidades da estaca

$$\tau_{bde} = \frac{N_d}{3 \cdot A_e \cdot \cos^2 \alpha} \leq f_{cd}$$

onde A_e = área da seção transversal da estaca

a.2) Nas proximidades do pilar

$$\tau_{bdp} = \frac{N_d}{A_p \cdot \cos^2 \alpha} \leq f_{cd} \quad \text{onde } A_p = \text{área da seção transversal do pilar}$$

Se as condições a.1) e a.2) não se verificarem, aumentamos a altura útil **d** ou as dimensões do bloco.

b) Verificação do cisalhamento (por punção)

O procedimento é idêntico ao do item 6.3.2.b, onde **n** tem o valor 3.

6.4.3- Cálculo e detalhamento das armaduras

Nos blocos sobre três estacas, podemos colocar a armadura de três modos diferentes, que veremos a seguir. Em todos eles, a carga do pilar é transmitida às estacas através das **bielas de compressão**, inclinadas de um ângulo α com a vertical. Depois esta força é decomposta na direção das armaduras.

a) Armadura nas direções x e y

A armadura principal pode ser decomposta segundo as duas direções perpendiculares x e y, e o bloco sobre 3 estacas é armado como veremos no item 6.5. Todavia, esta não é a melhor distribuição para a armadura neste caso.

b) Armadura em feixes laterais ou em camadas verticais

b.1) Força de tração na armadura: $F' = \frac{N_d}{9.d}$

b.2) Armadura principal $A_s = \frac{\gamma_f \cdot F'}{f_{yd}}$ onde $\gamma_f = 1,4$ e $f_{yd} = f_{yk}/1,15$
espaçamento máximo = 20 cm

b.3) Armadura de distribuição $A_{sd} = 0,2.A_s$ nas direções x e y

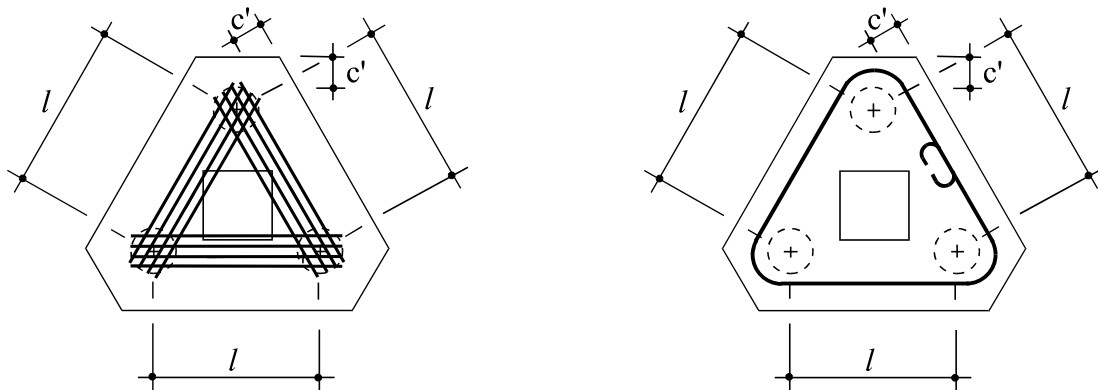
Esta armadura distribui a armadura principal; deve ter um mínimo de 0,9 cm² em cada direção e seu espaçamento máximo é de 33 cm (3 barras por metro).

b.4) Para auxiliar no combate à fissuração da face superior do bloco, na sua ligação com o pilar, e à fissuração das faces laterais, recomenda-se colocar uma armadura $A_{st} = 0,2.A_s$ (em cm²/m), constituída por uma malha horizontal de ferros e por estribos horizontais, nas direções x e y. Quando possível, podemos aproveitar para as barras verticais desta malha, parte da armadura principal e parte da armadura de distribuição. O espaçamento máximo é de 33 cm (3 barras por

metro).

b.5) Detalhamento das armaduras

A figura abaixo da esquerda mostra a armadura principal em feixes laterais e a figura da direita mostra a armadura principal em camadas verticais.



c) Armadura na direção das bielas

Esta é a maneira mais usada para se armar o bloco sobre 3 estacas, pois apresenta distribuição mais homogênea para as armaduras, que absorvem melhor os esforços de tração.

c.1) Força de tração na armadura:
$$F_l = \frac{N \cdot l \cdot \sqrt{3}}{9 \cdot d}$$

c.2) Armadura principal
$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot F_l}{f_{yd}}$$
 onde $\gamma_f = 1,4$ e $f_{yd} = f_{yk}/1,15$
espaçamento máximo = 20 cm

c.3) Armadura de distribuição

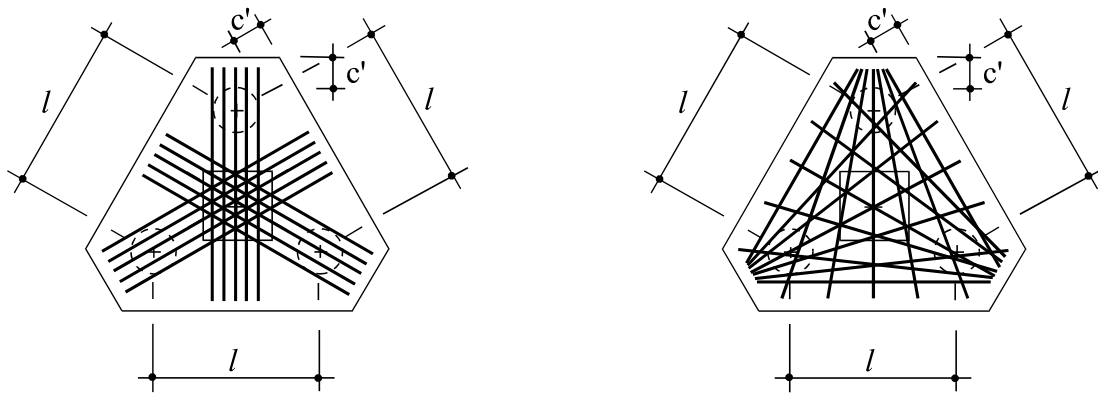
Neste caso não há necessidade da armadura inferior de distribuição, já que a própria armadura principal executa esta função.

c.4) Para auxiliar no combate à fissuração da face superior do bloco, na sua ligação com o pilar, e à fissuração das faces laterais, recomenda-se colocar uma armadura $A_{st} = 0,2 \cdot A_s$ (em cm^2/m), constituída por uma malha de ferros nas duas direções x e y . Quando possível, podemos aproveitar para as barras verticais desta malha, parte da armadura principal. O espaçamento máximo é de 33 cm (3 barras por metro).

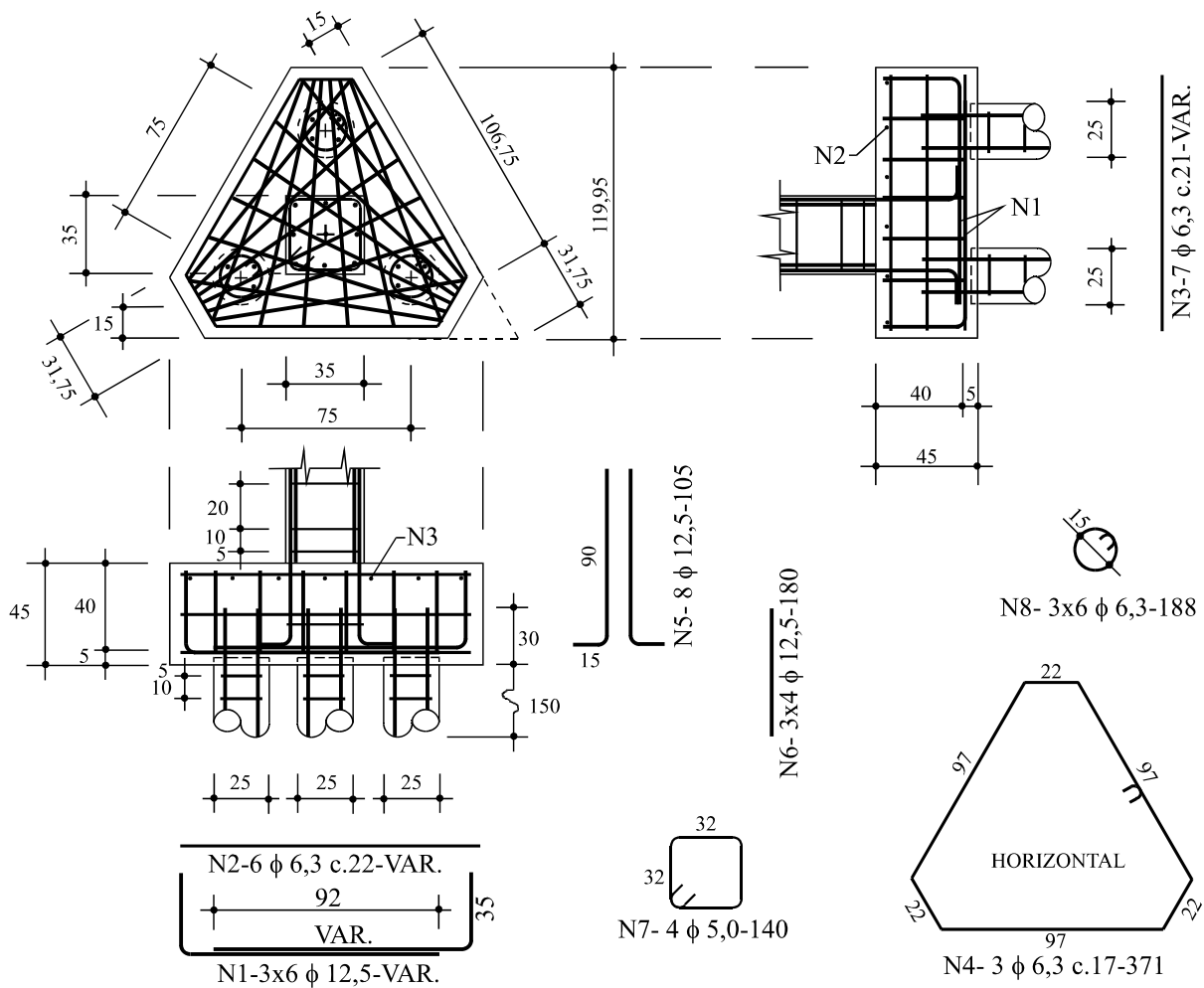
c.5) Disposição das armaduras principais

A figura abaixo mostra duas maneiras de se dispor as armaduras principais nas direções das bie-

las de compressão, sendo melhor a disposição das armaduras da figura da direita, porque além de distribuírem a armadura principal, absorvem todos os esforços de tração na parte inferior do bloco.

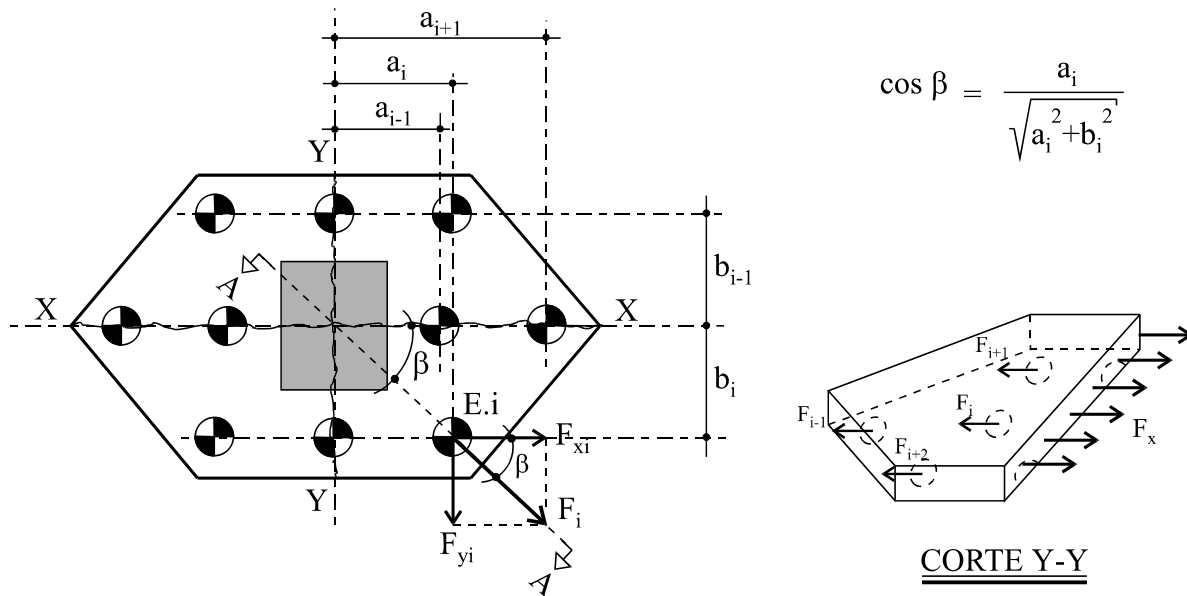


c.6) Detalhamento das armaduras



6.5- Bloco sobre n estacas

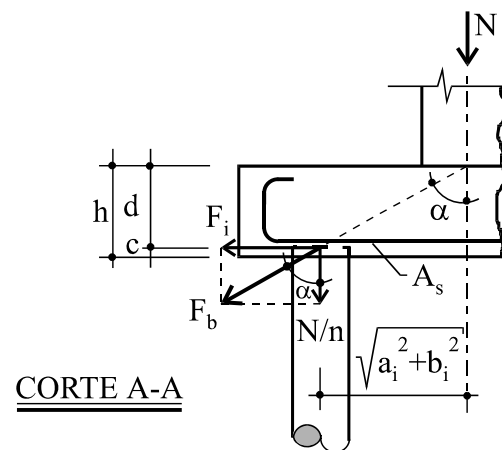
Podemos generalizar o cálculo dos blocos sobre n estacas, supondo que as prováveis fissuras ocorram nos planos X-X e Y-Y, como mostra a figura abaixo. Desta maneira, as armaduras principais também são posicionadas nestas duas direções.



Sistema de forças na biela comprimida

Diagrama de um sistema de forças na biela comprimida, com eixos x e y. A equação $\tan \alpha = \frac{F_i}{\frac{N}{n}} \Rightarrow F_i = \frac{N}{n} \cdot \tan \alpha$ é apresentada. A equação $\tan \alpha = \frac{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}}{d}$ é apresentada.

Sistema de forças na biela comprimida



6.5.1- Dimensões recomendadas

No item 6.1 encontram-se as dimensões e as limitações recomendadas para os blocos sobre n estacas.

6.5.2- Cálculo dos esforços no bloco

a) Verificação das tensões de compressão nas bielas

a.1) Nas proximidades da estaca

$$\tau_{bde} = \frac{N_d}{n \cdot A_e \cdot \cos^2 \alpha} \leq f_{cd} \quad \text{onde } A_e = \text{área da seção transversal da estaca}$$

a.2) Nas proximidades do pilar

$$\tau_{bdp} = \frac{N_d}{A_p \cdot \cos^2 \alpha} \leq f_{cd} \quad \text{onde } A_p = \text{área da seção transversal do pilar}$$

Se as condições a.1) e a.2) não se verificarem, aumentamos a altura útil **d**.

b) Verificação do cisalhamento (por punção)

O procedimento é idêntico ao do item 6.3.2.b, para **n** estacas.

6.5.3- Cálculo e detalhamento das armaduras

No bloco sobre **n** estacas, as armaduras principais são dispostas segundo duas direções normais **x** e **y**:

a) Força de tração na armadura

a.1) Força na direção x:

$$\text{para a estaca } i: F_{xi} = F_i \cdot \cos \beta \Rightarrow F_{xi} = \frac{N}{n} \cdot \frac{a_i}{d} \Rightarrow F_x = \frac{N}{n \cdot d} \cdot \sum a_i$$

a.2) Força na direção y:

$$\text{para a estaca } i: F_{yi} = F_i \cdot \sin \beta \Rightarrow F_{yi} = \frac{N}{n} \cdot \frac{b_i}{d} \Rightarrow F_y = \frac{N}{n \cdot d} \cdot \sum b_i$$

a.3) Valores de F_x e F_y para alguns blocos sobre estacas, de lados regulares:

BLOCO SOBRE	F_x	F_y
3 estacas (triângulo)	$N \cdot l / 6 \cdot d$	$0,192 \cdot N \cdot l / d$
4 estacas (quadrado)	$N \cdot l / 4 \cdot d$	$N \cdot l / 4 \cdot d$
5 estacas (pentágono)	$0,262 \cdot N \cdot l / d$	$0,275 \cdot N \cdot l / d$
6 estacas (hexágono)	$0,289 \cdot N \cdot l / d$	$N \cdot l / 3 \cdot d$

onde **N** é a carga do pilar, **d** é a altura útil do bloco e **l** é distância entre o centro das estacas.

b) Armaduras principais

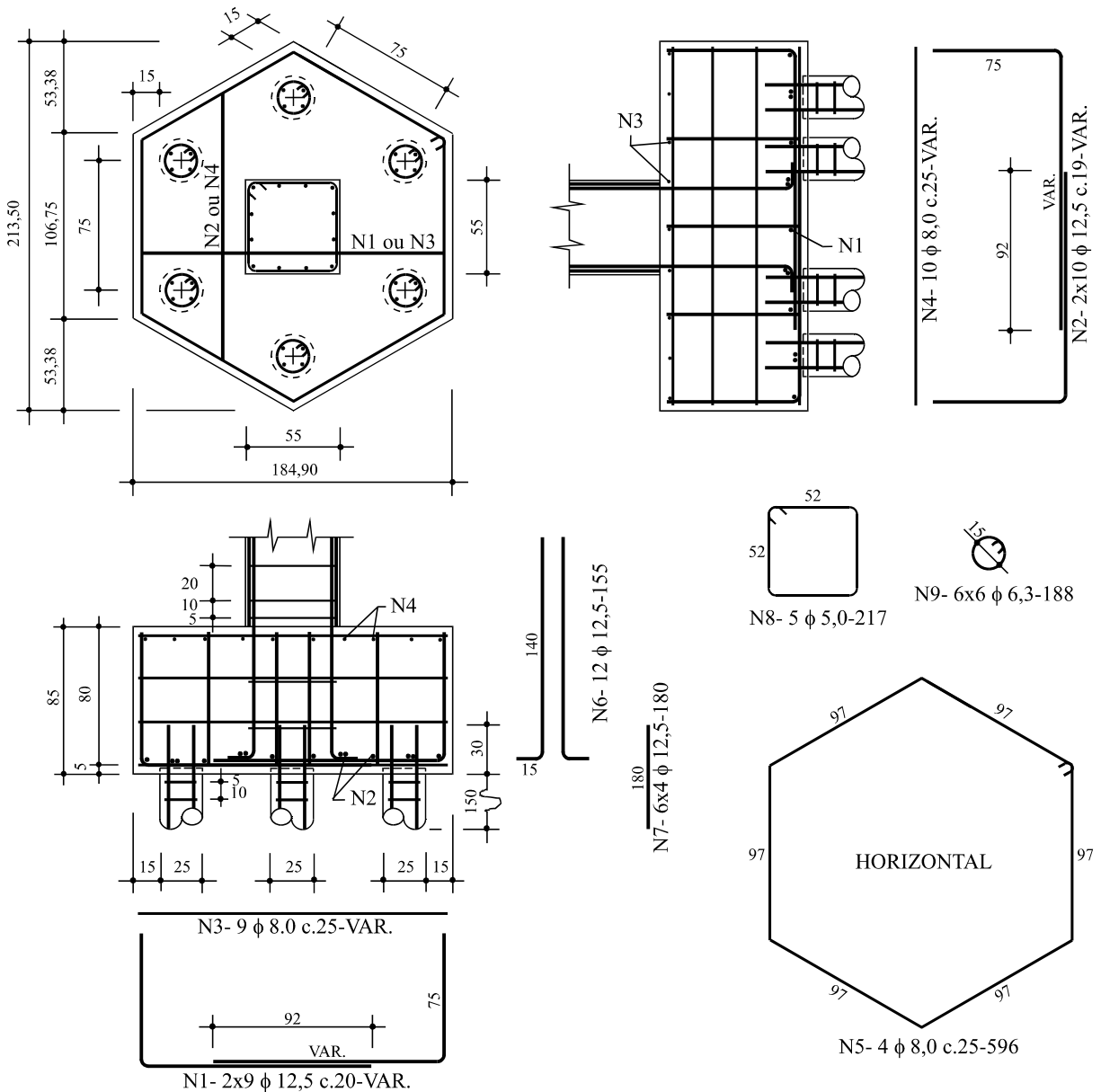
b.1) Armadura principal na direção x: $A_{sx} = \frac{\gamma_f \cdot F_x}{f_{yd}}$ onde $\gamma_f = 1,4$ e $f_{yd} = f_{yk}/1,15$
espaçamento máximo = 20 cm

b.2) Armadura principal na direção y : $A_{sy} = \frac{\gamma_f \cdot F_y}{f_{yd}}$ onde $\gamma_f = 1,4$ e $f_{yd} = f_{yk}/1,15$
espaçamento máximo = 20 cm

c) Armadura de distribuição -neste caso não há necessidade da armadura inferior de distribuição, já que a própria armadura principal executa esta função.

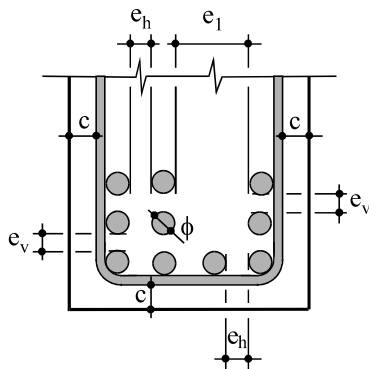
d) Para auxiliar no combate à fissuração da face superior do bloco, na sua ligação com o pilar, e à fissuração das faces laterais, recomenda-se colocar uma armadura $A_{st} = 0,2 A_s$ (em cm^2/m), constituída por uma malha horizontal de ferros e por estribos horizontais, nas direções x e y . Quando possível, podemos aproveitar para as barras verticais desta malha, parte da armadura principal. O espaçamento máximo é de 33 cm (3 barras por metro).

e) Detalhamento das armaduras



DETALHES EXECUTIVOS

1. COBRIMENTOS MÍNIMOS (c) PARA PROTEÇÃO DA ARMADURA



$$e_h \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi \\ 1,2 \cdot d_{\max} \end{cases} \quad e_v \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi \\ 0,5 \cdot d_{\max} \end{cases}$$

ϕ = diâmetro do contorno aparente da barra

d_{\max} = diâmetro máximo do agregado

e_1 = largura para passagem do vibrador

Norma NBR-6118 item 6.3.3.1- qualquer barra da armadura, inclusive de distribuição, de montagem e estribos, deve ter cobrimento de concreto (c) pelo menos igual ao seu diâmetro, e com os valores mínimos abaixo:

a) para concreto revestido com argamassa de espessura mínima de 1 cm:

- em lajes no interior de edifícios..... $c \geq 0,5 \text{ cm}$
- em paredes no interior de edifícios..... $c \geq 1,0 \text{ cm}$
- em lajes e paredes ao ar livre..... $c \geq 1,5 \text{ cm}$
- em vigas, pilares e arcos no interior de edifícios..... $c \geq 1,5 \text{ cm}$
- em vigas, pilares e arcos ao ar livre..... $c \geq 2,0 \text{ cm}$

b) para concreto aparente:

- no interior de edifícios..... $c \geq 2,0 \text{ cm}$
- ao ar livre..... $c \geq 2,5 \text{ cm}$

c) para concreto em contato com o solo..... $c \geq 3,0 \text{ cm}$ (se o solo não for rochoso, colocar lastro de 5 cm)

d) para concreto em meio fortemente agressivo..... $c \geq 4,0 \text{ cm}$

Obs. 1: na prática, c vai do centro de gravidade (CG) da armadura à face inferior da viga.

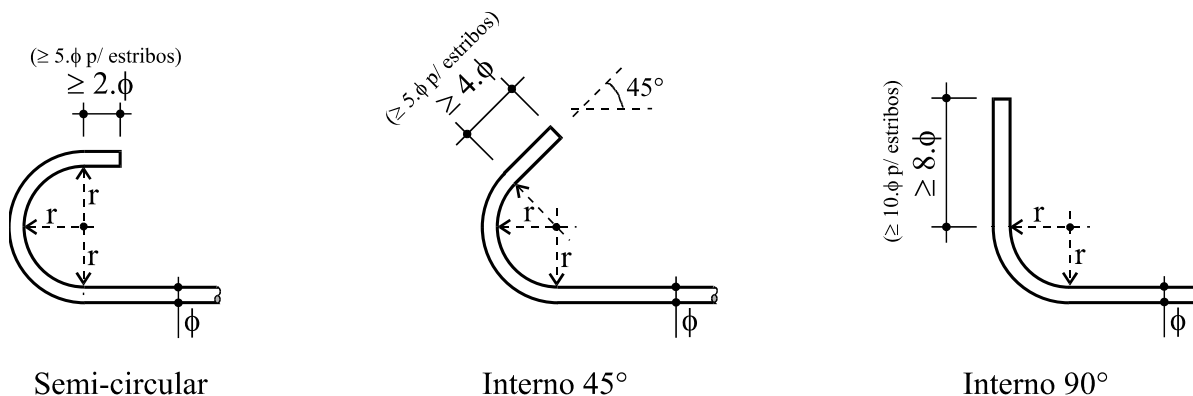
Obs. 2: para cobrimento maior que 6 cm deve-se colocar uma armadura de pele, em rede, cujo cobrimento não deve ser inferior aos limites acima.

Obs. 3: no caso de estruturas que devam ser resistentes ao fogo, o cobrimento deverá atender às exigências da NB-503, além das especificadas neste item.

2. GANCHOS E DOBRAS EM BARRAS E ESTRIBOS

2.1- Prolongamento reto e raio interno mínimo de dobramento

2.1.1- Ganchos para barras e para estribos



BITOLAS (mm)	RAIO INTERNO MÍNIMO DE DOBRAMENTO PARA GANCHOS			
	CA-25	CA-40	CA-50	CA-60
< 20	$2 \cdot \phi$	$2 \cdot \phi$	$2,5 \cdot \phi$	$3 \cdot \phi$
≥ 20	$2,5 \cdot \phi$	$3 \cdot \phi$	$4 \cdot \phi$	

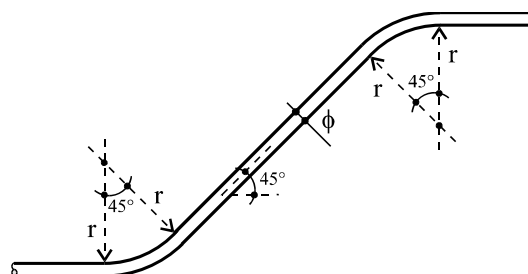
- Para os estribos com diâmetro $\phi \leq 10 \text{ mm}$, $r_{\min} = 1,5 \cdot \phi$.

- As barras lisas (CA-25) tracionadas de diâmetro $\phi > 6,3$ devem ter ganchos necessariamente, e estes devem ser semi-circulares. Isto se exige pelo fato dessas barras apresentarem menor aderência que as barras de aço CA-50,60, que podem aparecer com ganchos ou simplesmente com ancoragem reta.

- As barras da armadura exclusivamente de compressão não devem ter ganchos.

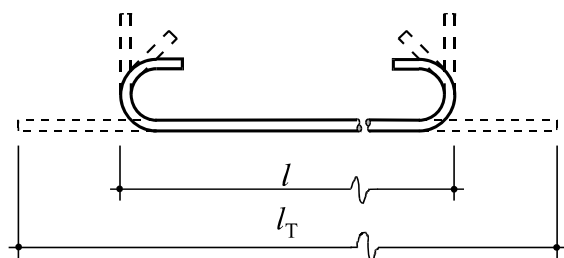
2.1.2- Barras dobradas a 45° (cavaletes)

RAIO INTERNO MÍNIMO DE DOBRAMENTO PARA CAVALETES			
CA-25	CA-32,40	CA-50	CA-60
$5 \cdot \phi$	$6 \cdot \phi$	$7,5 \cdot \phi$	$9 \cdot \phi$

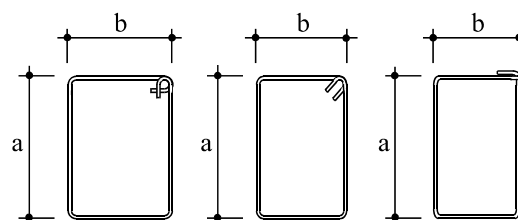


2.2- Casos mais usados nos projetos

No detalhamento final das armaduras de uma peça de concreto armado, precisamos cotar o comprimento total das barras de aço que entram na "LISTA DOS FERROS". Este comprimento é aquele que será passado ao armador para que ele possa cortar e dobrar a barra de aço com exatidão. A Tabela seguinte nos dá o acréscimo de comprimento devido aos ganchos nas duas extremidades da barra, tanto para as barras tracionadas da armadura longitudinal, como para os estribos de dois ramos da armadura transversal, como indicado na figura abaixo.



BARRAS LONGITUDINAIS



$$l = 2.(a+b)$$

ESTRIBOS DE DOIS RAMOS

BITOLA COMERCIAL ϕ		ACRÉSCIMO NO COMPRIMENTO DO FERRO PARA 2 GANCHOS ($l_T - l$)							
		AÇOS CA-25		AÇOS CA-50,60					
		GANCHO SEMI-CIRCULAR		GANCHO SEMI-CIRCULAR		GANCHO INTERNO 45°		GANCHO INTERNO 90°	
		Barras	Estribos	Barras	Estribos	Barras	Estribos	Barras	Estribos
(mm)	(pol.)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
3,2	1/8	-	-	6	8	5	6	6	7
4,0	5/32	-	-	7	10	7	8	8	9
5,0	3/16	7	10	9	12	8	9	9	11
6,3	1/4	9	12	10	14	10	11	12	14
8,0	5/16	11	16	13	17	12	14	15	18
10,0	3/8	14	20	16	22	15	17	18	22
12,5	1/2	17	25	20	27	19	21	23	28
16,0	5/8	22	32	25	35	24	27	29	36
20,0	3/4	32	44	45	57	38	42	40	48
22,5	7/8	36	49	50	64	43	48	45	54
25,0	1	40	55	56	71	48	53	50	60

3. ANCORAGEM DAS ARMADURAS POR ADERÊNCIA

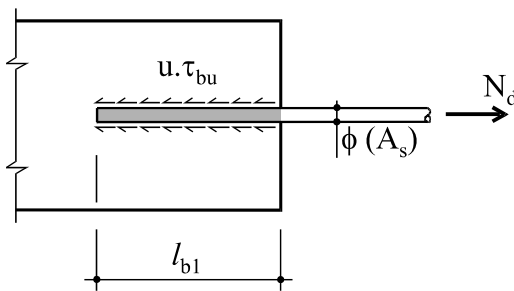
3.1- Introdução

Para que a armadura de tração não escorregue no concreto, as deformações no aço e no concreto

devem ser iguais. Estes dois materiais, que possuem módulos de elasticidade tão diferentes ($E_s \gg E_c$), somente se deformarão por igual se resistirem a esforços muito diferentes. A igual deformabilidade entre concreto e aço, é alcançada através do grande atrito da ligação entre eles, e da ancoragem por aderência da armadura.

Nos aços que trabalham a grandes tensões, como o CA-50 ou CA-60, melhora-se o atrito natural com o concreto por meio de irregularidades nas barras de aço (ranhuras, mossas, saliências, etc.)

Na figura abaixo, l_{b1} é o comprimento de ancoragem reto da barra da armadura, necessário para fixá-la por aderência ao concreto, estando o aço no seu limite de escoamento, isto é, submetido à tensão f_{yd} .



τ_{bu} = tensão última de aderência

$u = \pi \cdot \phi$ = perímetro da barra

$$\left(\frac{A_s}{u} = \frac{\pi \cdot \phi^2 / 4}{\pi \cdot \phi} = \frac{\phi}{4} \right)$$

$N_d = u \cdot \tau_{bu} \cdot l_{b1}$ = força de cálculo a ancorar

No escoamento do aço: $N_d = f_{yd} \cdot A_s$

Igualando as expressões, temos: $u \cdot \tau_{bu} \cdot l_{b1} = f_{yd} \cdot A_s \Rightarrow l_{b1} = \frac{A_s}{u} \cdot \frac{f_{yd}}{\tau_{bu}} \Rightarrow$

$$l_{b1} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{\tau_{bu}}$$

3.2- Zonas de boa e de má aderência

Procura-se sempre fazer a ancoragem das barras de aço em *zonas especiais do concreto*, que apresentem boa aderência. Consideram-se **em boa situação de aderência**, os trechos de barra que estejam em uma das posições seguintes:

- com inclinação não inferior a 45° sobre a horizontal;
- horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que localizados no máximo 30 cm acima da face inferior da peça, quando $h < 60$ cm, ou desde que localizados a mais de 30 cm abaixo da face superior, quando $h \geq 60$ cm.

Os trechos das barras em outras posições e quando do uso de formas deslizantes serão considerados **em má situação quanto à aderência**.

e mais próxima daquela requerida pelo cálculo.

De acordo com a Norma NBR-6118, os valores mínimos de l_b são:

$$l_b \geq \begin{cases} 0,3 \cdot l_{b1} \\ 10 \cdot \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases}$$

τ_{bu} é a tensão limite (última) de aderência entre aço e concreto, que é função do valor do coeficiente de aderência η_b da armadura. A tabela abaixo nos dá os valores de η_b e de τ_{bu} , para cada tipo de aço:

TIPO DO AÇO	COEFICIENTE DE ADERÊNCIA	TENSÃO DE ADERÊNCIA (kgf/cm ²)	
		Valor teórico	Valor adotado
CA-25,32,40	$\eta_b \leq 1,0$	$\tau_{bu} = 0,9 \cdot \eta_b \cdot \sqrt{f_{cd}}$	$\tau_{bu} = 0,9 \cdot \sqrt{f_{cd}}$
CA-50,60	$\eta_b \geq 1,5$	$\tau_{bu} = 0,5 \cdot \eta_b \cdot \sqrt[3]{(f_{cd})^2}$	$\tau_{bu} = 0,9 \cdot \sqrt[3]{(f_{cd})^2}$

O fator $\phi/4$ nas fórmulas acima representa o perímetro da barra de aço em contato com o concreto. Conclui-se que, em termos de aderência, é preferível o uso de mais barras de menor diâmetro, do que menos barras de maior diâmetro, porque teremos uma área de contato entre aço e concreto muito maior. A qualidade do concreto (f_{cd}) também melhora sobremaneira a aderência.

Podemos resumir estas duas fórmulas (de l_{b1} e de τ_{bu}) na Tabela abaixo, conforme a classificação da zona de aderência, considerando o aço no seu limite de escoamento. Quando a barra se encontra em situação de má aderência, aumenta-se os valores de 50%:

f_{ck} (kgf/cm ²)	VALORES DE l_{b1} - TRAÇÃO					
	ZONA DE BOA ADERÊNCIA			ZONA DE MÁ ADERÊNCIA		
	CA-32	CA-50	CA-60	CA-32	CA-50	CA-60
150	60. ϕ	54. ϕ	64. ϕ	90. ϕ	81. ϕ	96. ϕ
180	55. ϕ	47. ϕ	57. ϕ	83. ϕ	71. ϕ	86. ϕ
210	51. ϕ	43. ϕ	51. ϕ	77. ϕ	65. ϕ	77. ϕ
250	47. ϕ	38. ϕ	46. ϕ	71. ϕ	57. ϕ	69. ϕ

3.3.2- Ancoragem de feixe de barras

O comprimento necessário de ancoragem é aumentado de 20% no caso de feixe de 2 barras e de 33% para mais de 2 barras, usando-se para ϕ o diâmetro do círculo de área igual.

3.3.3- Ancoragem com ganchos

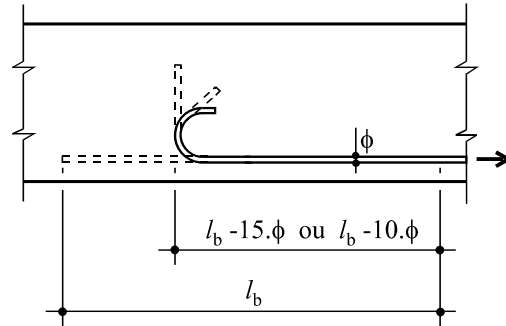
A colocação de um gancho na extremidade de uma barra tem o mesmo significado de uma redução no comprimento de ancoragem necessário. Temos duas situações:

a) Ganchos fora do apoio

Com o uso de ganchos fora do apoio, diminui-se o comprimento de ancoragem reta para as barras tracionadas, passando o valor do comprimento necessário l_{bg} para:

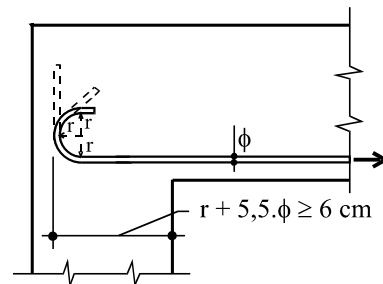
$$l_{bg} = l_b - 15.\phi \geq \begin{cases} 0,3.l_{b1} \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad \text{para aços CA-25}$$

$$l_{bg} = l_b - 10.\phi \geq \begin{cases} 0,3.l_{b1} \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad \text{para aços CA-50,60}$$



b) Ganchos no apoio

Quando a barra termina em gancho no apoio, o comprimento necessário de ancoragem é o mesmo dado acima, mas a barra deve prolongar-se além da face do apoio de um comprimento no mínimo igual a $r + 5,5.\phi \geq 6 \text{ cm}$, onde r é o raio interno efetivo do gancho.



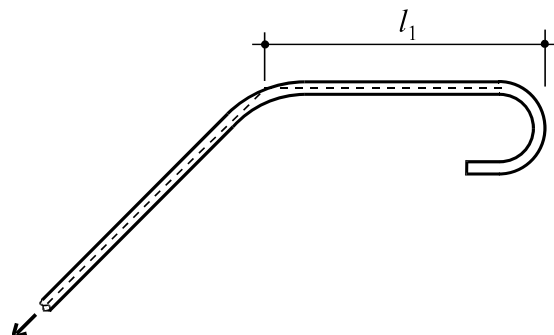
3.3.4- Ancoragem das barras dobradas a 45° (cavaletes)

A ancoragem das barras dobradas que façam parte da armadura transversal é assegurada por um prolongamento de comprimento l_1 de acordo com a figura ao lado, com os valores:

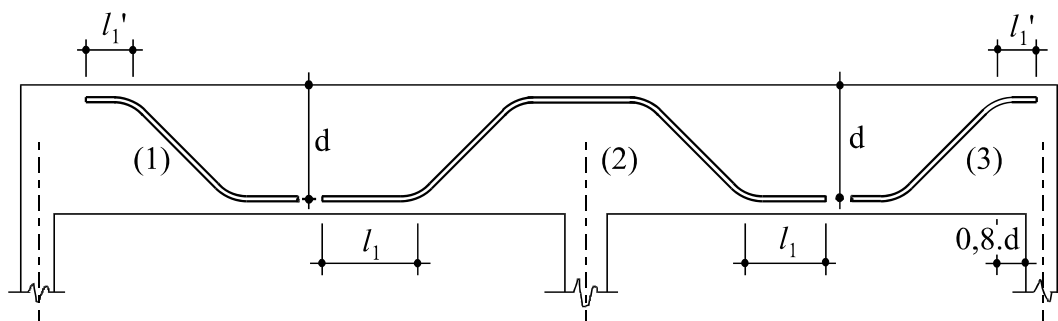
$$l_1' = 0,6.l_b \quad \text{no caso de ancoragem em zona comprimida;}$$

$$l_{1+} = 1,3.l_b \quad \text{se em zona tracionada}$$

Em qualquer caso, deve-se ter $l_1 > 0,5.l_{b1}$, e não se considera redução devida ao gancho.



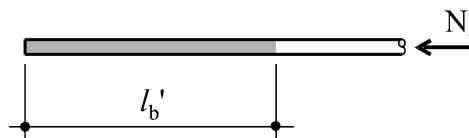
Na figura abaixo temos os vários tipos de ancoragem de barras dobradas, sejam elas intermediárias (1), em forma de cavaletes sobre os apoios intermediários (2) ou próximas aos apoios (3). Note que a escala vertical desta figura foi alterada, para melhor visualização.



3.4- Comprimento de ancoragem de barras comprimidas (l_b')

As barras que forem sempre somente comprimidas, deverão ser ancoradas apenas com ancoragem retilínea (sem ganchos), e o comprimento de ancoragem será calculado como no caso de tração, não podendo, porém, ser inferior a:

$$l_b' \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_{b1} \\ 10 \cdot \phi \\ 150 \text{ mm} \end{cases}$$



Resumindo, os comprimentos l_b' mínimos para barras comprimidas, de acordo com o tipo de concreto e de aço, são:

f_{ck} (kgf/cm ²)	VALORES DE $(l_b')_{min}$ - COMPRESSÃO					
	ZONA DE BOA ADERÊNCIA			ZONA DE MÁ ADERÊNCIA		
	CA-32	CA-50	CA-60	CA-32	CA-50	CA-60
150	36. ϕ	32. ϕ	38. ϕ	54. ϕ	48. ϕ	57. ϕ
180	33. ϕ	28. ϕ	34. ϕ	50. ϕ	42. ϕ	51. ϕ
210	31. ϕ	26. ϕ	31. ϕ	47. ϕ	39. ϕ	47. ϕ
250	28. ϕ	23. ϕ	28. ϕ	42. ϕ	35. ϕ	42. ϕ

Nos casos usuais, quando as barras de aço estão trabalhando no seu limite de escoamento, podemos resumir o que foi acima exposto sobre **ancoragem**, em uma única Tabela, que considera a

barra situada em zona de boa aderência e com raio interno de curvatura mínimo.

TIPO E BITOLA DO AÇO			COMPRIMENTO MÁXIMO DE ANCORAGEM l_{b1}							
			l_{b1} reto (cm) para f_{ck} em kgf/cm ²				l_{b1} com gancho (cm) para f_{ck} em kgf/cm ²			
mm	pol.	Aço	$f_{ck}=150$	$f_{ck}=180$	$f_{ck}=210$	$f_{ck}=250$	$f_{ck}=150$	$f_{ck}=180$	$f_{ck}=210$	$f_{ck}=250$
3,2	1/8	CA-60	20	18	16	15	17	15	13	12
4,0	5/32	CA-32	24	22	20	19	18	16	14	13
		CA-60	26	23	20	18	22	19	16	14
5,0	3/16	CA-32	30	28	26	24	23	20	18	16
		CA-60	32	29	26	23	27	24	21	18
6,3	1/4	CA-50	34	30	27	24	28	23	21	18
		CA-60	40	36	32	29	34	30	26	23
8,0	5/16	CA-50	43	38	34	30	35	30	26	22
		CA-60	51	46	41	37	43	38	33	29
10,0	3/8	CA-50	54	47	43	38	44	37	33	28
		CA-60	64	57	51	46	54	47	41	36
12,5	1/2	CA-50	68	59	54	48	55	46	41	35
		CA-60	80	71	64	58	68	59	51	45
16,0	5/8	CA-50	86	75	69	61	70	59	53	45
		CA-60	102	91	82	74	86	75	66	58
20,0	3/4	CA-50	108	94	86	76	88	74	66	56
		CA-60	128	114	102	92	108	94	82	72
22,5	7/8	CA-50	122	106	97	86	99	83	74	63
		CA-60	144	128	115	104	122	106	92	81
25,0	1	CA-50	135	118	108	95	110	93	83	70
		CA-60	160	143	128	115	135	118	103	90

Obs. 1: Nos casos em que a barra se situa em zona de má aderência, os valores da tabela acima devem ser multiplicados por 1,5.

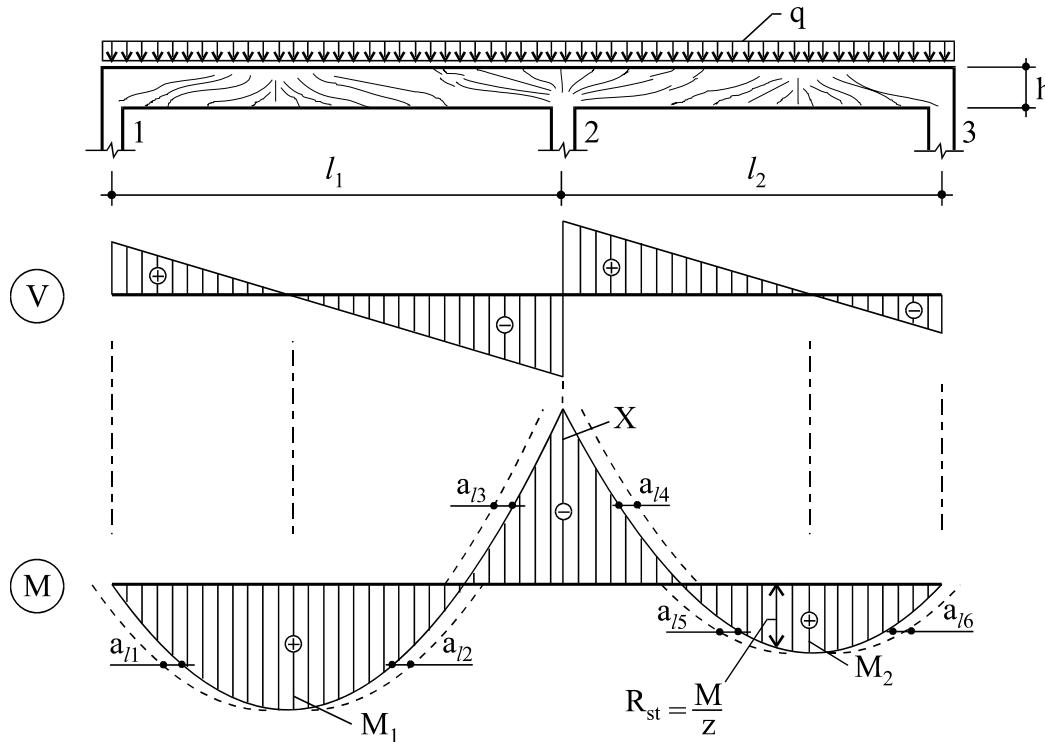
Obs. 2: Nos casos em que se adotou uma área de armadura $(A_s)_{\text{existente}}$ maior do que a que foi calculada $(A_s)_{\text{calculada}}$, os valores acima devem ser diminuídos pelo fator $(A_s)_{\text{calculada}}/(A_s)_{\text{existente}}$.

3.5- Cobertura do diagrama de momentos fletores

Até agora calculamos a armadura longitudinal de tração para resistir ao máximo momento fletor do vão ou do apoio, isto é, para as seções transversais situadas nos pontos mais solicitados da peça. Como estes momentos variam ao longo dos vãos, devemos então racionalizar a quantidade e a disposição das armaduras, além de ancorar convenientemente suas extremidades.

3.5.1- Cálculo da decalagem (a_l)

Seja a viga contínua abaixo, com o seu carregamento e respectivos diagramas de forças cortantes e de momentos fletores. A ação conjunta do momento fletor e da força cortante produz um conjunto de fissuras com o seguinte aspecto:



Para a determinação do ponto de interrupção ou dobramento das barras longitudinais nas peças fletidas, o diagrama de forças R_{st} na armadura deverá ser deslocado, dando-se aos seus pontos uma translação paralela ao eixo da peça, no sentido desfavorável, de valor a_l , calculado de acordo com o quadro abaixo:

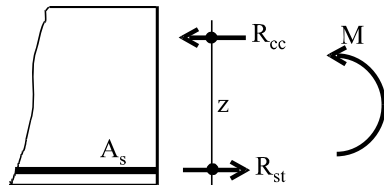
VALORES DE a_l	$\frac{\tau_d}{1,15 \cdot \tau_{wd}} = 1 - \frac{\tau_c}{1,15 \cdot \tau_{wd}}$		
	$\leq 0,6$	0,6 a 0,8	$\geq 0,8$
Se toda a armadura transversal for inclinada a 45° sobre o eixo da peça (caso raro)	$0,75 \cdot d$	$0,50 \cdot d$	$0,25 \cdot d$
Nos outros casos	$1,00 \cdot d$	$0,75 \cdot d$	$0,50 \cdot d$

onde τ_d é a tensão com que foi calculada a armadura transversal, e τ_{wd} não tem reduções.

Este deslocamento a_l baseia-se no fato de que as forças internas de compressão na seção transversal, devido ao cisalhamento, não são horizontais, mas sim inclinadas. Tentando levar em conta as ações simultâneas da flexão e do cisalhamento, e considerando que as fissuras devidas apenas ao cisalhamento não apresentam exatamente um ângulo de 45°, como determina a analogia com a

treliça de Morsch, mas sim ângulos menores, tornou-se mais prático aumentar o comprimento das extremidades das barras longitudinais do valor a_l , e depois ancorá-las convenientemente no concreto (l_b).

A força a ancorar R_{st} será determinada com o braço da alavanca z da seção antes do deslocamento:



$$R_{st} = \frac{M}{z} = \frac{a_l}{d} \cdot R_d$$

R_d = reação de cálculo no apoio

3.5.2- Ancoragem das barras

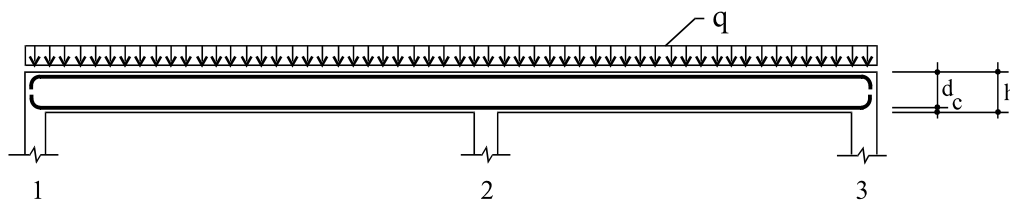
a) Ancoragem das barras da armadura transversal

A ancoragem dos estribos deverá ser garantida por meio de ganchos nas extremidades (ver item 2.1.1), que se apoiem em barras longitudinais de diâmetro adequado, conhecidas por **porta-estribos**. Os estribos serão colocados em toda a extensão de peças fletidas (exceto em alguns casos de lajes), respeitados os mínimos já mencionados.

A ancoragem das barras dobradas a 45° (cavaletes), está detalhada no item 3.3.4 anterior.

b) Ancoragem das barras da armadura longitudinal

Como exemplo de detalhamento tomaremos a viga abaixo, mas o procedimento é o mesmo para lajes, sapatas, alguns blocos, etc., isto é, sempre que o esforço predominante for o momento fletor.



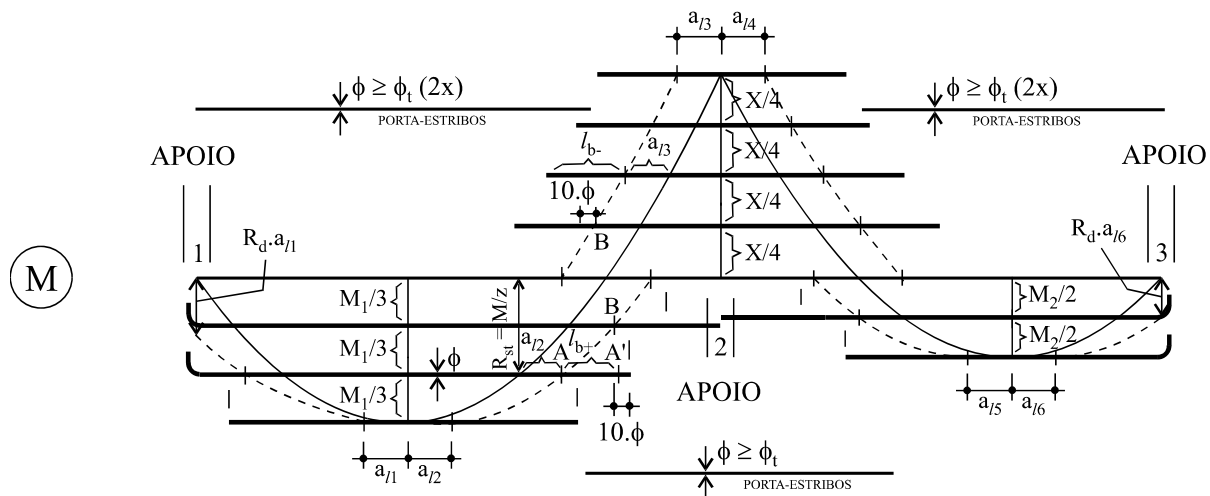
Vamos supor que a armadura positiva para o máximo momento fletor M_1 do tramo 1-2 seja $3 \phi 12,5$ mm; para o máximo momento fletor M_2 do tramo 2-3 seja $2 \phi 10,0$ mm e a armadura negativa para o máximo momento fletor X do apoio 2 seja de $4 \phi 12,5$ mm.

Dividimos então as ordenadas desses três valores de momentos em partes iguais, e no mesmo número de barras de aço que adotamos nos cálculos. No exemplo, o valor de M_1 é dividido em três partes ($M_1/3$), o valor de M_2 em duas partes ($M_2/3$) e o valor de X em quatro partes ($X/4$).

Deslocamos o diagrama de momentos fletores do valor a_1 que tiramos do Quadro anterior, indo até o ponto A, à esquerda e à direita, onde tem início a **ancoragem reta** da barra. Em seguida acrescentamos o comprimento de ancoragem $l_b = l_{b1} \cdot (A_s)_{calc} / (A_s)_{exist}$, em todas as barras, e obtemos o ponto A'.

b.1) Ancoragem nos vãos

A norma NBR-6118 recomenda que, se a **barra não for dobrada**, o trecho de ancoragem se estenda pelo menos até 10ϕ além do ponto B.

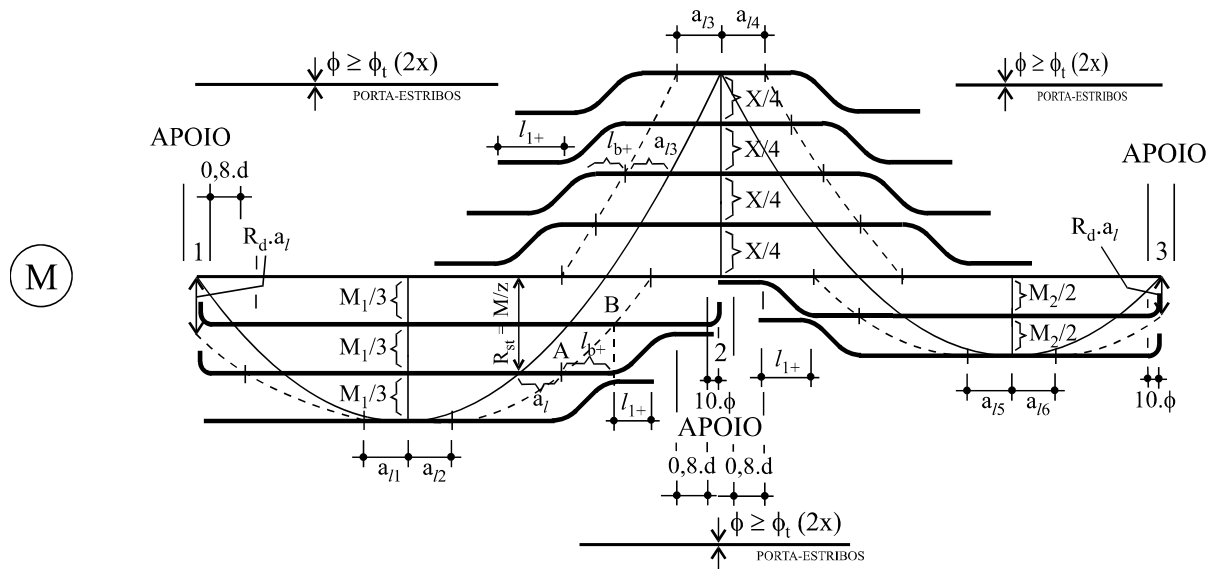


A armadura de tração no apoio simples deve resistir a um momento aproximadamente igual a $R_d \cdot a_1$, onde R_d é a reação de cálculo no apoio.

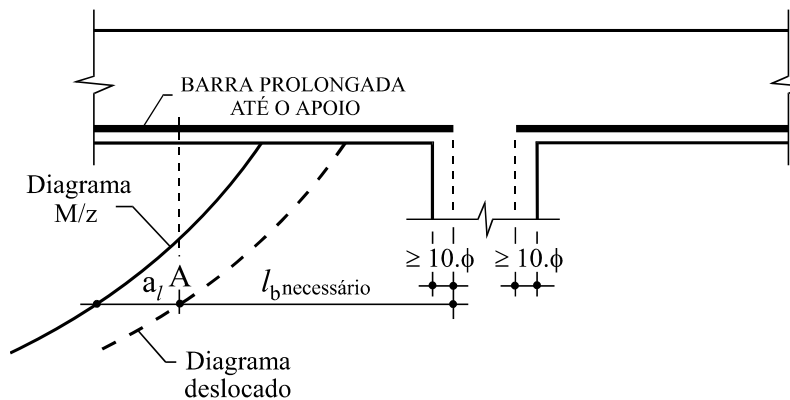
Se a **barra for dobrada**, o início do dobramento poderá coincidir com o ponto B, como vemos na figura abaixo. Optando-se pelo dobramento a 45° das barras da armadura longitudinal para resistir ao cisalhamento, a Norma determina que a elas não poderá caber mais que 60% do esforço cortante total.

Recomenda-se que as barras dobradas fiquem distantes de $0,8.d$ da face interna do apoio, porque neste intervalo sua eficácia como armadura transversal é duvidosa, preferindo-se aí colocar estribos verticais pouco espaçados.

Usando-se barras dobradas, deve-se escolher sempre um número maior de barras de diâmetros menores, do que um número menor de barras de diâmetros maiores, para atender melhor às condições de momento fletor, de força cortante e de aderência.



b.2) Ancoragem nos apoios intermediários



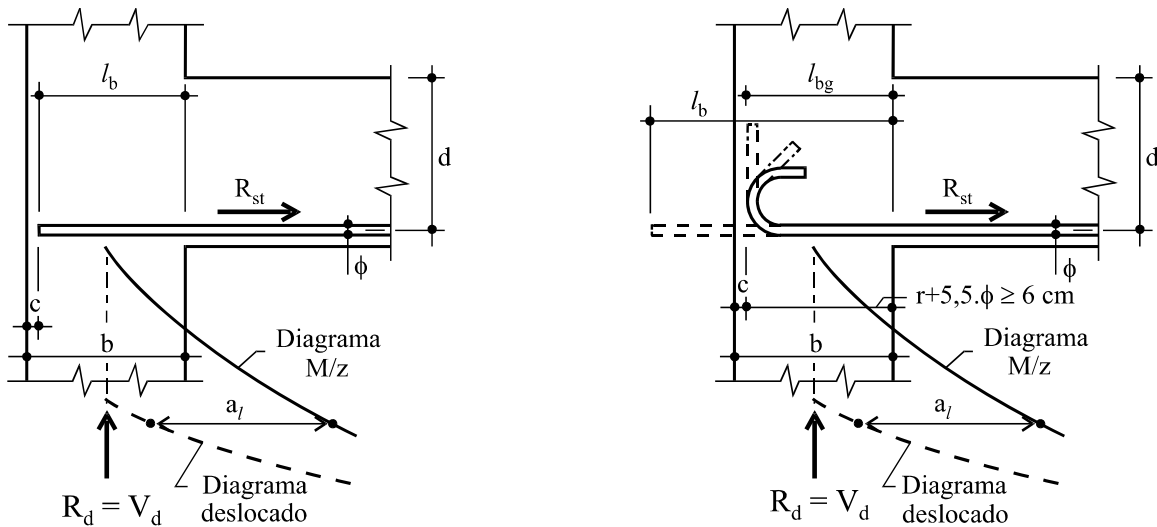
Nas vigas simples ou contínuas, prolonga-se até os apoios intermediários, $\frac{1}{4}$ das barras calculadas para o máximo momento fletor no meio do tramo.

Quando o diagrama M/z deslocado atingir a face do apoio, os apoios intermediários são tratados como apoios extremos, que veremos a seguir.

b.3) Ancoragem nos apoios de extremidade

Nestes apoios o diagrama deslocado M/z ultrapassa suas faces. Devemos verificar qual a efetiva armadura que deve chegar a estes apoios de largura geralmente pré-determinada b , e aí serem devidamente ancoradas.

Nas vigas simples ou contínuas, prolonga-se até os apoios intermediários, $\frac{1}{4}$ das barras calculadas para o máximo momento fletor no meio do tramo.



$$\text{Sabemos que} \quad l_b = l_{b1} \cdot \frac{(A_s)_{\text{calc}}}{(A_s)_{\text{exist}}} \Rightarrow (A_s)_{\text{exist}} = \frac{l_{b1}}{l_b} \cdot (A_s)_{\text{calc}} \quad (\text{I})$$

Como os apoios de extremidade das lajes e vigas nos edifícios correntes são geralmente vigas ou pilares, e portanto estreitos para alojar uma ancoragem retilínea, já podemos admitir que as barras devem ter ganchos em suas pontas, para reduzir o comprimento de ancoragem l_b , e vamos então pesquisar quantas barras devem chegar ao apoio para que seja possível ancorá-las.

$$l_{bg} = l_b - \Delta l_b \quad (\text{redução de } l_b \text{ quando se usa ganchos})$$

Pela figura acima, $l_{bg} = b - c$, e igualando as duas expressões vem $l_b = b - c + \Delta l_b$.

A força a ancorar no apoio é dada por $R_{st} = \frac{a_l}{d} \cdot V_d \geq 0,5 \cdot V_d$

Sabendo que $R_{st} = (A_s)_{calc} \cdot f_{yd}$, $V_d = 1,4 \cdot V$ e adotando um valor médio $a/d = 0,75$, e substituindo em (I), chegamos à expressão que nos dá o valor da área da armadura que deve haver no apoio de largura b , para que seja possível aí ancorá-la:

$$(A_s)_{\text{exist}} = \frac{l_{b1}}{b-c+\Delta l_b} \cdot \frac{1050.V}{f_{vd}}$$

Para tornar os cálculos mais diretos e como $(A_s)_{\text{exist}} = n.(A_{sI})$, onde (A_{sI}) é a área da seção de cada barra que compõe a armadura longitudinal do meio do vão, a TABELA 4 fornece para cada bitola do aço, o número de barras n que deve chegar ao apoio, de acordo com o tipo de aço, o tipo do concreto em kgf/cm^2 , a largura b em cm e a força cortante V em tf. Considera ainda que a ancoragem é iniciada na face interna do apoio e é realizada em zona de boa aderência.

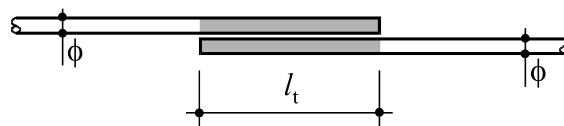
4. EMENDAS DAS BARRAS

4.1- Introdução

As emendas podem ser realizadas por simples traspasse das barras, com luvas rosqueadas, com solda ou com luvas.

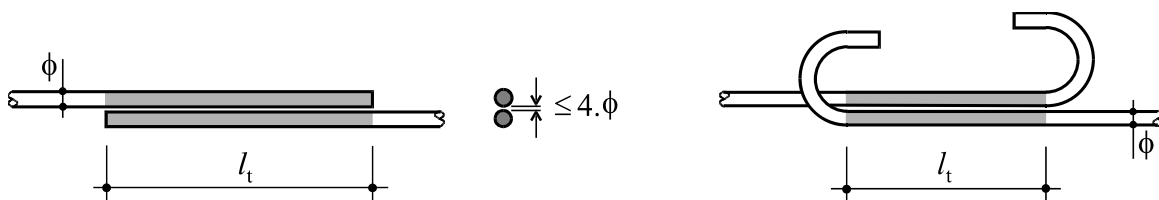
4.2- Emendas por traspasse

É o método mais usado, devido à sua simplicidade. É permitido em barras de bitola menor ou igual a 25 mm. Não é permitido em tirantes e pendurais, que são peças lineares de seção inteiramente tracionadas.



4.2.1- Comprimento de traspasse das barras tracionadas (l_t)

Na maioria dos casos correntes, podemos considerar que l_t é igual ao comprimento de ancoragem (l_b) já visto, aumentado de 40% e devemos evitar a emenda de todas as barras na mesma seção da peça. Então:



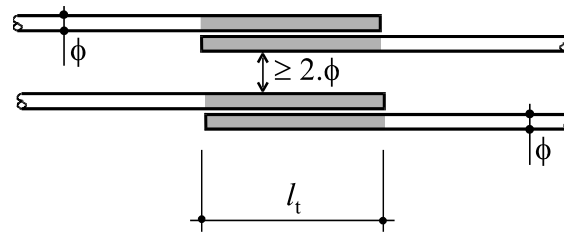
- emendas sem gancho: $l_t = 1,4 \cdot l_b$

- emendas com gancho:
$$\begin{cases} l_t = 1,4 \cdot l_b - 15 \cdot \phi & \text{para os aços CA-25} \\ l_t = 1,4 \cdot l_b - 10 \cdot \phi & \text{para os aços CA-50,60} \end{cases}$$

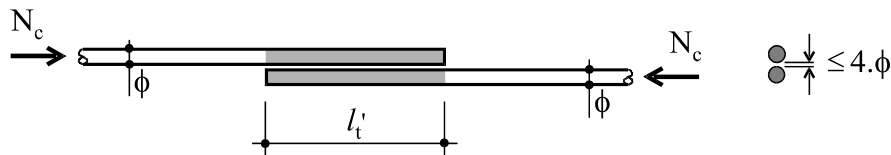
em todos os casos $l_t \geq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi \\ 0,5 \cdot l_{b1} \end{cases}$

onde l_{b1} é o comprimento de ancoragem máximo.

A distância livre mínima entre duas emendas por traspasse deve ser $2.\phi$.



4.2.2- Comprimento de traspasse das barras comprimidas (l'_t)



$$l'_t = l_b' \geq \begin{cases} 0,6 \cdot l_{b1} \\ 10 \cdot \phi \\ 15 \text{ cm} \end{cases}$$

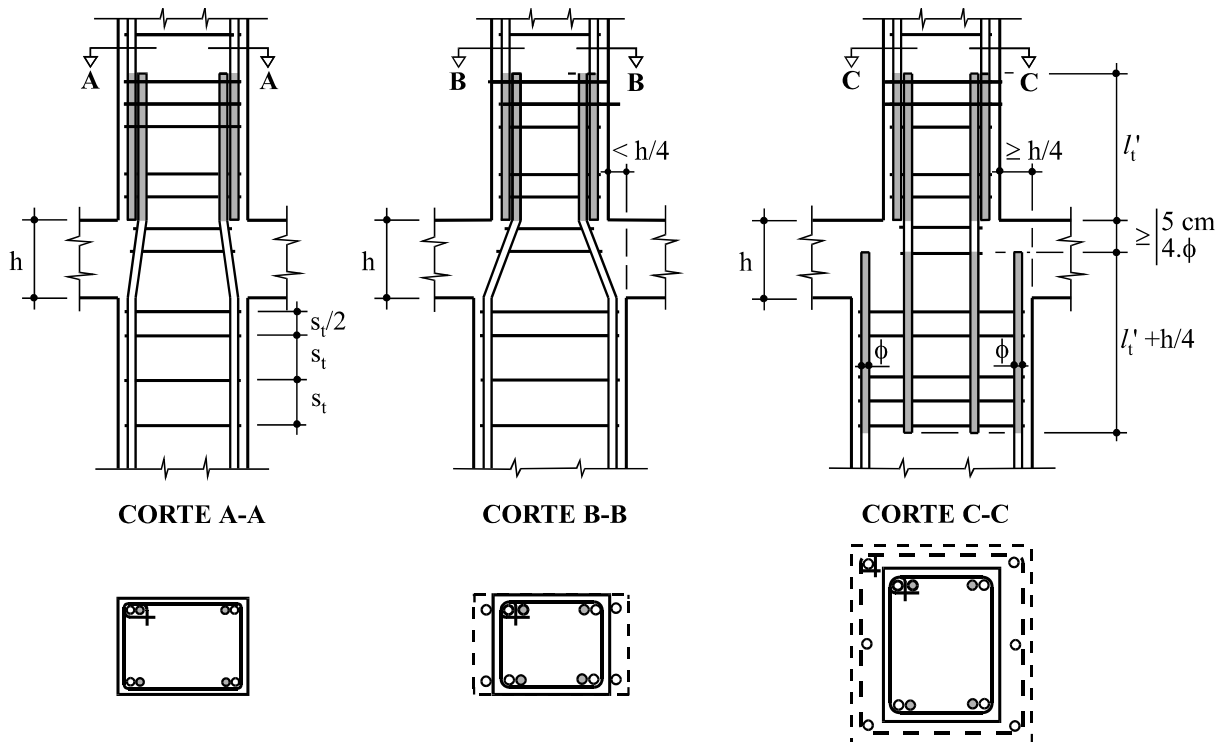
onde l_b' é o mesmo do item 2.4, e l_{b1} é o mesmo do item 3.2.1 acima.

4.3- Emendas comprimidas de transição

Nestas emendas as barras comprimidas não deverão ter ganchos. As pontas das barras longitudinais concentram esforços de compressão nestes locais, originando tensões transversais de tração e exigindo a colocação de estribos adicionais.

Estes estribos são calculados para um esforço de tração igual ao esforço de compressão existente em uma das barras longitudinais, e o seu espaçamento próximo ao encontro dos dois elementos, é menor e pode ser tomado como vimos no capítulo Pilares, item 5.2.3. Estes estribos devem avançar até uma distância mínima de $4.\phi$ além da ponta da barra longitudinal.

Vale observar que nos cruzamentos de pilares e vigas, devido à grande concentração de ferragem, é permitido não respeitar o espaçamento mínimo entre barras longitudinais, e a não colocação de estribos nas barras longitudinais dos pilares.

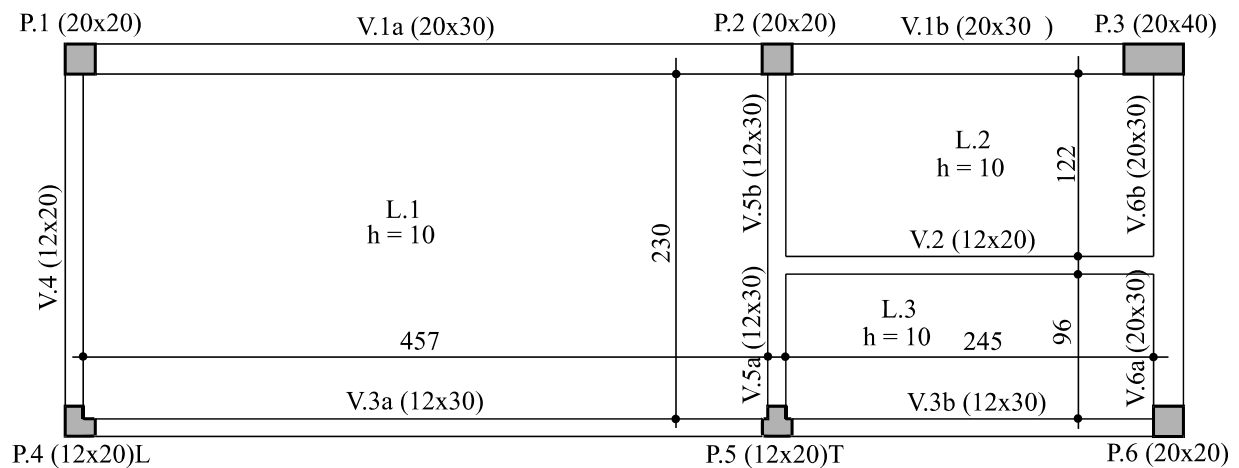


5. APRESENTAÇÃO DO PROJETO

5.1- Escalas mais usadas nos desenhos

- 1:10 - para pequenos detalhes e pilares de seções reduzidas
- 1:25 - para sapatas, blocos, vigas-alavanca, escadas e pilares de grandes seções
- 1:50 - para formas e armação de vigas e de lajes - é a escala mais usada
- 1:100 - para formas de obras de grandes dimensões

5.2- Numeração e simbologia dos elementos



Os diversos elementos da obra são geralmente designados pela primeira letra de seu nome, seguida de um número. A numeração é feita em ordem crescente da esquerda para a direita, e da posição superior para a inferior no desenho de forma, como mostra a figura acima.

5.3- Tabela de ferros e outros dados

A lista dos ferros deve ser a mais simples possível, sendo de fácil compreensão tanto para o construtor, para o orçamentista e para o comprador dos ferros.

ϕ (mm) AÇO	POSIÇÃO	QUANT.	COMPRIMENTO		PESO
			UNIT.	TOTAL	
5,0 CA-60	N1	20	83	16,6	17
	N2	33	63	20,8	
	N3	15	450	67,5	
				104,9	
10,0 CA-50	N4	4	560	22,4	39
	N5	2	500	10,0	
	N6	6	450	27,0	
				59,4	
12,5 CA-50	N7	2	450	9,0	9
PESO TOTAL					65 kg

Costuma-se aumentar o peso total de 5% a 10%, para prevenir contra perdas que ocorrem no corte das barras. Normalmente a quantidade de arame recozido n.º 18 é de 3% do peso total da ferragem.

Especifica-se também a resistência do concreto f_{ck} , em MPa ou em kgf/cm².

Em um projeto mais detalhado deve-se especificar separadamente, o volume e a qualidade do concreto para os diversos elementos da estrutura (estacas, blocos, vigas-baldrame, pilares, vigas e lajes), assim como a áreas de suas formas, e para completar, os volumes de cortes e de aterros no terreno.

TABELAS

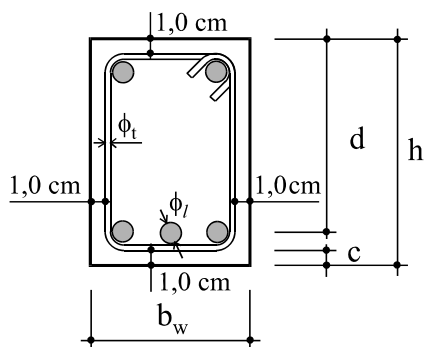
TABELA 1

ÁREA DA SEÇÃO DE ARMADURA - A_s
E LARGURA MÍNIMA PARA UMA CAMADA DE BARRAS - b_w

Diâmetro nominal		Peso por m.	ÁREA TOTAL DAS SEÇÕES DAS BARRAS - A_s (em cm^2)										
mm	pol.	kgf/m	A_s	Número de barras em cada camada									
			b_w	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	1/8	0,07	A_s	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4,0	5/32	0,10	A_s	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,75	0,88	1,00	1,13	1,25
5,0	3/16	0,16	A_s	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	1/4	0,25	A_s	0,32	0,63	0,95	1,26	1,58	1,89	2,21	2,52	2,84	3,15
			$b_w \rightarrow$	8	8	9	12	14	17	19	22	25	27
8,0	5/16	0,40	A_s	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
			$b_w \rightarrow$	8	8	9	12	15	18	21	23	26	29
10,0	3/8	0,63	A_s	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
			$b_w \rightarrow$	8	8	11	14	17	20	24	27	30	34
12,5	1/2	1,00	A_s	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
			$b_w \rightarrow$	8	8	12	15	19	22	26	29	33	36
16,0	5/8	1,60	A_s	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
			$b_w \rightarrow$	8	10	14	19	23	28	33	37	42	46
20,0	3/4	2,50	A_s	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
			$b_w \rightarrow$	8	10	15	20	25	30	35	40	45	50
22,5	7/8	3,06	A_s	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
			$b_w \rightarrow$	8	11	16	21	27	32	37	42	48	53
25,0	1	4,00	A_s	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
			$b_w \rightarrow$	8	11	17	22	28	33	39	44	50	55
32,0	1 ¹ / ₄	6,30	A_s	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
			$b_w \rightarrow$	8	13	20	26	32	39	45	52	58	64
40,0	1 ⁵ / ₈	10,00	A_s	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00
			$b_w \rightarrow$	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80

No caso de **vigas**, a partir do diâmetro 6,3 mm estão indicados os valores mínimos que a largura b_w deve ter, para que se possa alojar todas as barras em uma só camada. Adotou-se estribos com $\phi_t \geq (5,0 \text{ mm ou } \phi/4)$, concreto de agregados com d_{max} entre 19 e 25 mm, cobrimento das armadura de 1,0 cm e demais prescrições dos Detalhes Executivos 1.

Quando b_w for estreito sendo necessário dispor os ferros em mais de uma camada, consultar o item 4.1.1 do capítulo VIGAS para estimar o valor da altura total h .



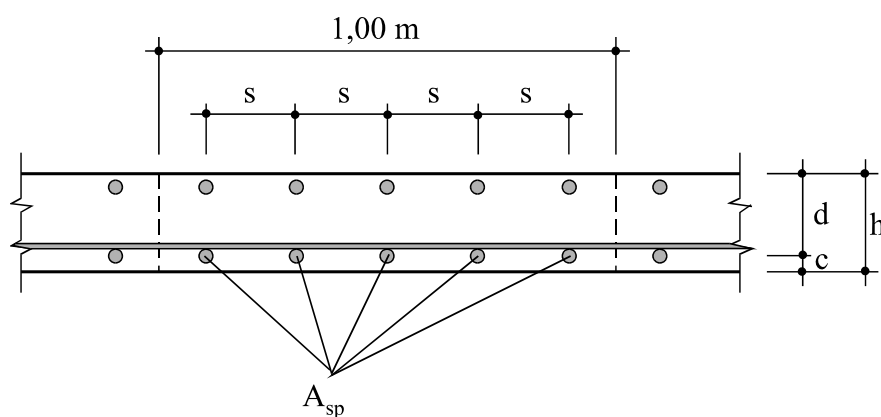
CA-50 significa aço para Concreto Armado com limite de escoamento ou resistência característica $f_{yk} = 50 \text{ kgf/mm}^2$ (ou 5000 kgf/cm^2). A tensão de escoamento ou resistência de cálculo é $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$

para os aços CA-25: - $f_{yd} = f_{yk}/1,25$
- $(A_s)_{\text{min}} = 0,0025.b_w.h$ (em cm^2)

para os aços CA-50, 60: - $f_{yd} = f_{yk}/1,15$
- $(A_s)_{\text{min}} = 0,0015.b_w.h$ (em cm^2)

TABELA 2**SEÇÃO DE AÇO POR METRO DE LARGURA DE LAJE**

Espaçamento das barras - s (cm)	Área A_s por metro de largura de laje (em cm^2)						
	3,2 mm	4,0 mm	5,0 mm	6,3 mm	8,0 mm	10,0 mm	12,5 mm
	1/8"	5/32"	3/16"	1/4"	5/16"	3/8"	1/2"
7	1,14	1,86	2,86	4,57	7,14	11,43	17,86
8	1,00	1,62	2,50	4,00	6,20	10,00	15,62
9	0,89	1,44	2,22	3,56	5,56	8,89	13,89
10	0,80	1,30	2,00	3,20	5,00	8,00	12,50
11	0,73	1,18	1,82	2,91	4,55	7,27	11,36
12	0,67	1,08	1,67	2,67	4,17	6,67	10,42
13	0,62	1,00	1,54	2,46	3,85	6,15	9,62
14	0,57	0,93	1,43	2,29	3,57	5,71	8,93
15	0,53	0,87	1,33	2,13	3,33	5,33	8,33
16	0,50	0,81	1,25	2,00	3,12	5,00	7,81
17	0,47	0,76	1,18	1,88	2,94	4,71	7,35
18	0,44	0,72	1,11	1,78	2,78	4,44	6,94
19	0,42	0,68	1,05	1,68	2,63	4,21	6,58
20	0,40	0,65	1,00	1,60	2,50	4,00	6,25



Nas lajes, os limites do espaçamento da armadura principal (A_{sp}) são:

$$s \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2.h \end{cases}$$

$$(A_s)_{\min} = 0,25.h \text{ (em cm}^2\text{/m) para os aços CA-25 e}$$

$$(A_s)_{\min} = 0,15.h \text{ (em cm}^2\text{/m) para os aços CA-50,60}$$

TABELA 3

SEÇÃO DE AÇO - ESTRIBOS DE 2 RAMOS
CISALHAMENTO - SEÇÃO RETANGULAR

Espaçamento dos estribos s (cm)	Área A_{sw}/s (em cm^2/ml de viga)				
	5,0 mm	6,3 mm	8,0 mm	10,0 mm	12,5 mm
	3/16"	1/4"	5/16"	3/8"	1/2"
7	5,71	9,14	14,29	22,86	35,71
8	5,00	8,00	12,50	20,00	31,25
9	4,44	7,11	11,11	17,77	27,77
10	4,00	6,40	10,00	16,00	25,00
11	3,64	5,82	9,09	14,55	22,73
12	3,33	5,33	8,33	13,33	20,83
13	3,08	4,92	7,69	12,30	19,23
14	2,86	4,57	7,14	11,43	17,86
15	2,67	4,27	6,67	10,67	16,67
16	2,50	4,00	6,25	10,00	15,63
17	2,35	3,76	5,88	9,41	14,71
18	2,22	3,56	5,55	8,89	13,89
19	2,11	3,37	5,26	8,42	13,16
20	2,00	3,20	5,00	8,00	12,50
21	1,90	3,05	4,76	7,62	11,90
22	1,82	2,91	4,54	7,27	11,36
23	1,74	2,78	4,35	6,96	10,87
24	1,67	2,67	4,17	6,67	10,42
25	1,60	2,56	4,00	6,40	10,00
26	1,54	2,46	3,85	6,15	9,62
27	1,48	2,37	3,70	5,93	9,26
28	1,43	2,29	3,57	5,71	8,93
29	1,38	2,21	3,45	5,52	8,62
30	1,33	2,13	3,33	5,33	8,33

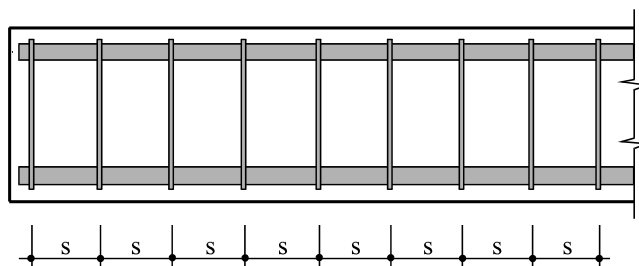
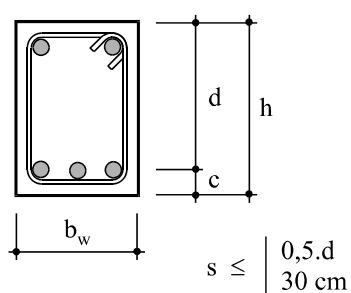


TABELA 4
ANCORAGEM
NÚMERO DE BARRAS DA ARMADURA LONGITUDINAL
QUE DEVE CHEGAR AOS APOIOS DE EXTREMIDADE

largura da peça b em cm
força cortante no apoio V em tf

ϕ (mm)		n = NÚMERO DE BARRAS QUE DEVEM CHEGAR AO APOIO			
		$f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$	$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$	$f_{ck} = 210 \text{ kgf/cm}^2$	$f_{ck} = 250 \text{ kgf/cm}^2$
3,2	CA-60	$n = 51,5.V/(b+1,2)$	$n = 45,9.V/(b+1,2)$	$n = 41,1.V/(b+1,2)$	$n = 37,0.V/(b+1,2)$
4,0	CA-32	$n = 72,7.V/(b+4,0)$	$n = 66,6.V/(b+4,0)$	$n = 61,8.V/(b+4,0)$	$n = 56,9.V/(b+4,0)$
	CA-60	$n = 39,6.V/(b+2,0)$	$n = 35,3.V/(b+2,0)$	$n = 31,6.V/(b+2,0)$	$n = 28,5.V/(b+2,0)$
5,0	CA-32	$n = 59,1.V/(b+5,5)$	$n = 54,1.V/(b+5,5)$	$n = 50,2.V/(b+5,5)$	$n = 46,3.V/(b+5,5)$
	CA-60	$n = 32,2.V/(b+3,0)$	$n = 28,7.V/(b+3,0)$	$n = 25,7.V/(b+3,0)$	$n = 23,1.V/(b+3,0)$
6,3	CA-50	$n = 25,7.V/(b+4,3)$	$n = 22,3.V/(b+4,3)$	$n = 20,4.V/(b+4,3)$	$n = 18,1.V/(b+4,3)$
	CA-60	$n = 25,4.V/(b+4,3)$	$n = 22,6.V/(b+4,3)$	$n = 20,2.V/(b+4,3)$	$n = 18,2.V/(b+4,3)$
8,0	CA-50	$n = 20,9.V/(b+6,0)$	$n = 18,2.V/(b+6,0)$	$n = 16,6.V/(b+6,0)$	$n = 14,7.V/(b+6,0)$
	CA-60	$n = 20,6.V/(b+6,0)$	$n = 18,4.V/(b+6,0)$	$n = 16,4.V/(b+6,0)$	$n = 14,8.V/(b+6,0)$
10,0	CA-50	$n = 16,3.V/(b+8,0)$	$n = 14,2.V/(b+8,0)$	$n = 13,0.V/(b+8,0)$	$n = 11,5.V/(b+8,0)$
	CA-60	$n = 16,1.V/(b+8,0)$	$n = 14,3.V/(b+8,0)$	$n = 12,8.V/(b+8,0)$	$n = 11,6.V/(b+8,0)$
12,5	CA-50	$n = 13,0.V/(b+10,5)$	$n = 11,4.V/(b+10,5)$	$n = 10,4.V/(b+10,5)$	$n = 9,2.V/(b+10,5)$
	CA-60	$n = 12,9.V/(b+10,5)$	$n = 11,5.V/(b+10,5)$	$n = 10,3.V/(b+10,5)$	$n = 9,3.V/(b+10,5)$
16,0	CA-50	$n = 10,4.V/(b+14,0)$	$n = 9,1.V/(b+14,0)$	$n = 8,3.V/(b+14,0)$	$n = 7,3.V/(b+14,0)$
	CA-60	$n = 10,3.V/(b+14,0)$	$n = 9,2.V/(b+14,0)$	$n = 8,2.V/(b+14,0)$	$n = 7,4.V/(b+14,0)$
20,0	CA-50	$n = 8,3.V/(b+18,0)$	$n = 7,2.V/(b+18,0)$	$n = 6,6.V/(b+18,0)$	$n = 5,8.V/(b+18,0)$
	CA-60	$n = 8,2.V/(b+18,0)$	$n = 7,3.V/(b+18,0)$	$n = 6,5.V/(b+18,0)$	$n = 5,9.V/(b+18,0)$
22,5	CA-50	$n = 7,6.V/(b+20,5)$	$n = 6,6.V/(b+20,5)$	$n = 6,0.V/(b+20,5)$	$n = 5,3.V/(b+20,5)$
	CA-60	$n = 7,5.V/(b+20,5)$	$n = 6,7.V/(b+20,5)$	$n = 6,0.V/(b+20,5)$	$n = 5,4.V/(b+20,5)$
25,0	CA-50	$n = 6,5.V/(b+23,0)$	$n = 5,7.V/(b+23,0)$	$n = 5,2.V/(b+23,0)$	$n = 4,6.V/(b+23,0)$
	CA-60	$n = 6,4.V/(b+23,0)$	$n = 5,7.V/(b+23,0)$	$n = 5,1.V/(b+23,0)$	$n = 4,6.V/(b+23,0)$

- Esta Tabela considera que a ancoragem é iniciada na face interna do apoio e é realizada em zona de boa aderência; o aço está trabalhando no seu limite de escoamento.

- Se resultar $n < 1$, significa que o pilar de apoio é largo, isto é, que b é grande, ou ainda que a ancoragem talvez possa ser feita sem o uso de ganchos.

- Para refinar os cálculos, devemos refazer o dimensionamento da peça com o valor

$$n' = n \cdot \frac{(A_s)_{\text{calc}}}{(A_s)_{\text{efet}}}$$

TABELA 5

VALORES DE k_s e k_c
 DIMENSIONAMENTO DE SEÇÃO RETANGULAR E SEÇÃO T À FLEXÃO SIMPLES

$\beta_x = \frac{x}{d}$	Valores de k_c para concreto de f_{ck} (em kgf/cm ²)				Valores de k_s para aço do tipo (em kgf/mm ²)					
	150	180	210	250	CA-25	CA-32	CA-50A	CA-50B	CA-60A	CA-60B
0,02	969	807	692	581	0,649	0,551	0,325	0,325	0,270	0,270
0,04	488	407	349	293	0,654	0,556	0,327	0,327	0,272	0,272
0,06	328	273	234	197	0,660	0,560	0,330	0,330	0,275	0,275
0,08	248	207	177	149	0,665	0,565	0,333	0,333	0,277	0,277
0,10	200	167	143	120	0,671	0,570	0,335	0,335	0,279	0,279
0,12	168	140	120	101	0,676	0,574	0,338	0,338	0,282	0,282
0,14	145	121	104	87	0,682	0,579	0,341	0,341	0,284	0,284
0,16	128	107	92	77	0,688	0,584	0,344	0,344	0,286	0,286
0,18	115	96	82	69	0,694	0,589	0,347	0,347	0,289	0,289
0,20	104	87	75	63	0,700	0,594	0,350	0,350	0,292	0,292
0,22	96	80	68	57	0,706	0,600	0,353	0,353	0,294	0,294
0,24	89	74	63	53	0,712	0,605	0,356	0,356	0,297	0,297
0,26	82	69	59	49	0,719	0,610	0,359	0,359	0,299	0,299
0,28	77	64	55	46	0,725	0,616	0,363	0,363	0,302	0,302
0,30	73	61	52	44	0,732	0,621	0,366	0,366	0,305	0,305
0,32	69	57	49	41	0,738	0,627	0,369	0,369	0,308	0,308
0,34	65	55	47	39	0,745	0,633	0,373	0,373	0,310	0,310
0,36	62	52	45	37	0,752	0,639	0,376	0,376	0,313	0,313
0,38	60	50	43	36	0,759	0,645	0,380	0,380	0,316	0,316
0,40	57	48	41	34	0,767	0,651	0,383	0,383	0,319	0,319
0,42	55	46	39	33	0,774	0,657	0,387	0,387	0,322	0,322
0,44	53	44	38	32	0,781	0,664	0,391	0,391	0,326	0,326
0,46	51	43	37	31	0,789	0,670	0,395	0,395	0,329	$\uparrow (k_s)_{lim}$
0,48	50	41	35	30	0,797	0,677	0,398	$\uparrow (k_s)_{lim}$	0,332	
0,50	48	40	34	29	0,805	0,683	0,402		0,335	
0,52	47	39	33	28	0,813	0,690	0,406		0,339	
0,54	45	38	32	27	0,821	0,697	0,411		0,342	
0,56	44	37	32	26	0,830	0,705	0,415		0,346	
0,58	43	36	31	26	0,838	0,712	0,419		0,349	
0,60	42	35	30	25	0,847	0,720	0,424		$\uparrow (k_s)_{lim}$	
0,62	41	34	29	25	0,856	0,727	0,428			
0,64	40	34	29	24	0,865	0,735	$\uparrow (k_s)_{lim}$			
0,66	40	33	28	24	0,875	0,743				
0,68	39	32	28	23	0,885	0,751				
0,70	38	32	27	23	0,894	0,759				
0,72	37	31	27	22	0,904	0,768				
0,74	37	31	26	22	0,915	$\uparrow (k_s)_{lim}$				
0,76	36	30	26	22	$\uparrow (k_s)_{lim}$					

$$k_c = \frac{\gamma_c \cdot \gamma_f \cdot 1000}{0,68 \cdot f_{ck} \cdot (1 - 0,4 \cdot \beta_x) \cdot \beta_x} = \frac{b_w \cdot d^2}{M} \quad (\text{em cm}^2/t_f)$$

$$k_s = \frac{\gamma_s \cdot \gamma_f \cdot 1000}{f_{yk} \cdot (1 - 0,4 \cdot \beta_x)} = \frac{A_s \cdot d}{M} \quad (\text{em cm}^2/t_f)$$

onde

$$\begin{aligned} \gamma_c &= 1,4 \\ \gamma_s &= 1,25 \text{ para aços CA-25} \\ \gamma_s &= 1,15 \text{ para aços CA-50,60} \\ \gamma_f &= 1,4 \\ f_{ck}, f_{yk} &\text{ em kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

TABELA 6

VALORES DE k_7 E DE k_8
PARA CÁLCULO DA ARMADURA DUPLA DE SEÇÕES RETANGULARES
FLEXÃO SIMPLES

$\beta_x = \frac{x}{d}$	TIPO DO AÇO							
	CA- 25		CA- 50A		CA- 50B		CA- 60B	
	k_7	k_8	k_7	k_8	k_7	k_8	k_7	k_8
0,254	0,716	0,716	0,559	0,358	0,358	0,433	0,298	0,384
0,277	↓	↓	↓	↓	↓	0,422	↓	0,371
0,304						0,416		0,364
0,336						0,410		0,358
0,377						0,405		0,352
0,386						0,404		0,352
0,396						0,403		0,351
0,407						0,402		0,350
0,418						0,401	↑	0,348
0,429						0,400	0,298	0,348
0,442					↑	0,399	0,299	0,346
0,455					0,358	0,398	0,304	0,346
0,469					0,361	0,397	0,309	0,345
0,484					0,366	0,396	0,314	0,344
0,500					0,372	0,395	0,320	0,342
0,517					0,379	0,395	0,327	0,342
0,536					0,387	0,394	0,334	0,341
0,556					0,396	0,393	0,343	0,340
0,578					0,406	0,392	0,354	0,339
0,602					↓	↓	↓	↓
0,629								
0,658								
0,691								
0,728	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0,771	0,716	0,716	0,559	0,358	0,406	0,392	0,354	0,339

$$k_7 = \frac{1000 \cdot \gamma_f}{f_{yd} \cdot (2 - \beta_h)} \quad (\text{em cm}^2/t_f)$$

$$k_8 = \frac{1000 \cdot \gamma_f}{f_{ycd} \cdot (2 - \beta_h)} \quad (\text{em cm}^2/t_f)$$

onde

$$\gamma_f = 1,4$$

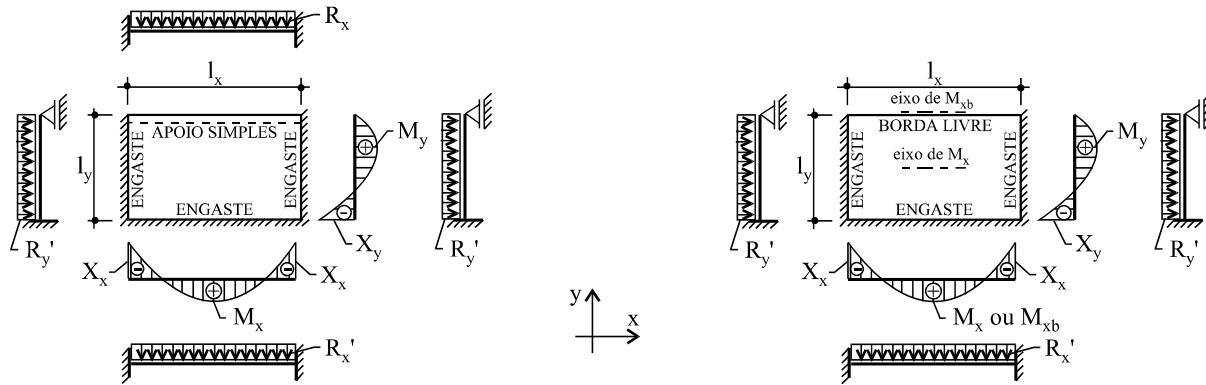
$$f_{yd} = \text{resistência de cálculo do aço à tração (kgf/cm}^2\text{)}$$

$$f_{ycd} = \text{resistência de cálculo do aço à compressão (kgf/cm}^2\text{)}$$

$$\beta_h = h/d \cong 1,10$$

INSTRUÇÕES E CONVENÇÕES PARA O USO DAS TABELAS DE 7 A 10 ESFORÇOS NAS LAJES RETANGULARES ARMADAS EM CRUZ

1. CONVENÇÕES (o vão l a ser considerado nos cálculos das expressões abaixo, está indicado em cada uma das Tabelas apresentadas a seguir)



2. REAÇÕES DE APOIO

R_x, R_y = reações médias nos lados apoiados e paralelos às direções x e y , respectivamente
 R'_x, R'_y = reações médias nos lados engastados e paralelos às direções x e y , respectivam/

Reações em cada apoio:

$$\begin{aligned} R_x &= k_x \cdot q \cdot l_y & R_y &= k_y \cdot q \cdot l_x \\ R'_x &= k'_x \cdot q \cdot l_y & R'_y &= k'_y \cdot q \cdot l_x \end{aligned}$$

3. MOMENTOS FLETORES

3.1- Lajes com os lados apoiados ou engastados

3.1.1- Momentos fletores nos vãos

m_x, m_y = momento fletor positivo unitário máximo nas direções x e y , respectivamente

Momentos fletores positivos máximos:
 (nem sempre no centro do vão)

$$M_x = q \cdot l^2 / m_x \quad M_y = q \cdot l^2 / m_y$$

3.1.2- Momentos fletores nos apoios

x_x, x_y = momento fletor negativo unitário máximo nas direções x e y , respectivamente.

Momentos fletores negativos máximos:
 (nos apoios engastados)

$$X_x = q \cdot l^2 / x_x \quad X_y = q \cdot l^2 / x_y$$

3.2- Lajes com uma borda livre

m_x, m_y = valor de m no centro da placa, nas direções x e y respectivamente

m_{xb} = valor de m no centro da borda livre da placa, na direção x

TABELA 7-A

LAJES RETANGULARES APOIADAS NOS 4 LADOS - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES E REAÇÕES DE APOIO - CARGA UNIFORME

$$l = l_x = \text{menor vão}$$

Momentos fletores máximos
(nem sempre no centro do vão):

$$M_x = q \cdot \frac{l^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{l^2}{m_y}$$

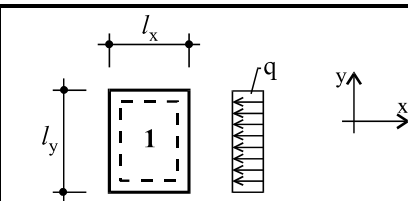
$$X_x = q \cdot \frac{l^2}{x_x} \qquad X_y = q \cdot \frac{l^2}{x_y}$$

Reações em cada apoio:

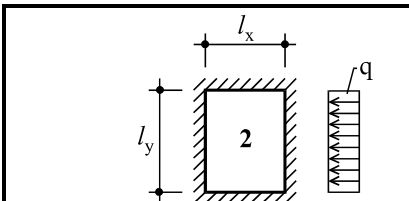
$$R_x = k_x \cdot q \cdot l_y \qquad R_y = k_y \cdot q \cdot l_x$$

$$R_x' = k_x' \cdot q \cdot l_y \qquad R_y' = k_y' \cdot q \cdot l_x$$

Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes



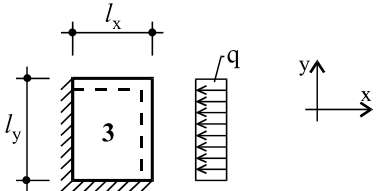
l_y/l_x	m_x	m_y	k_x	k_y
1,00	23,81	23,81	0,25	0,25
1,10	21,71	23,53	0,24	0,26
1,20	19,61	23,26	0,23	0,27
1,30	16,39	23,81	0,21	0,29
1,40	15,54	24,13	0,20	0,30
1,50	13,70	25,00	0,19	0,31
1,60	13,00	25,58	0,18	0,32
1,70	11,63	27,03	0,17	0,33
1,80	11,45	27,40	0,15	0,35
1,90	10,96	28,57	0,14	0,36
2,00	10,52	29,85	0,13	0,37



l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y	k_x'	k_y'
1,00	47,62	47,62	19,23	19,23	0,25	0,25
1,10	43,81	48,81	18,09	18,71	0,24	0,26
1,20	40,00	50,00	16,95	18,18	0,23	0,27
1,30	34,48	55,56	14,93	17,54	0,21	0,29
1,40	32,89	56,43	14,50	17,46	0,20	0,30
1,50	29,41	58,82	13,51	17,24	0,19	0,31
1,60	28,41	63,29	13,19	17,24	0,18	0,32
1,70	26,32	76,92	12,50	17,24	0,17	0,33
1,80	26,11	78,74	12,44	17,24	0,15	0,35
1,90	25,51	84,75	12,25	17,24	0,14	0,36
2,00	24,94	91,74	12,08	17,24	0,13	0,37

TABELA 7-B

LAJES RETANGULARES APOIADAS NOS 4 LADOS - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES E REAÇÕES DE APOIO - CARGA UNIFORME



l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y	k_x	k_x'	k_y	k_y'
1,00	37,04	37,04	14,29	14,29	0,18	0,32	0,18	0,32
1,10	33,67	37,04	13,39	13,90	0,17	0,29	0,19	0,34
1,20	30,30	37,04	12,50	13,51	0,15	0,26	0,21	0,37
1,30	25,64	38,46	10,99	12,82	0,14	0,24	0,22	0,39
1,40	24,58	39,31	10,66	12,73	0,13	0,23	0,23	0,41
1,50	22,22	41,67	9,90	12,50	0,12	0,21	0,24	0,42
1,60	21,23	43,86	9,62	12,41	0,11	0,20	0,25	0,44
1,70	19,23	50,00	9,01	12,20	0,11	0,19	0,25	0,45
1,80	19,05	51,02	8,94	12,20	0,10	0,18	0,26	0,46
1,90	18,52	54,35	8,76	12,20	0,10	0,17	0,26	0,47
2,00	18,02	58,14	8,58	12,20	0,09	0,16	0,27	0,48

$l = l_x = \text{menor vão}$

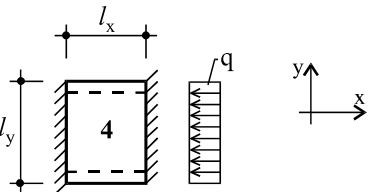
$$M_x = q \cdot l^2 / m_x \quad R_x = k_x \cdot q \cdot l_y$$

$$M_y = q \cdot l^2 / m_y \quad R_x' = k_x' \cdot q \cdot l_y$$

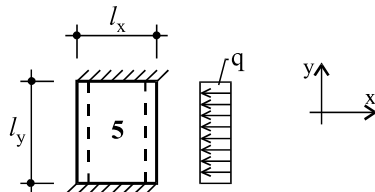
$$X_x = q \cdot l^2 / x_x \quad R_y = k_y \cdot q \cdot l_x$$

$$X_y = q \cdot l^2 / x_y \quad R_y' = k_y' \cdot q \cdot l_x$$

Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes



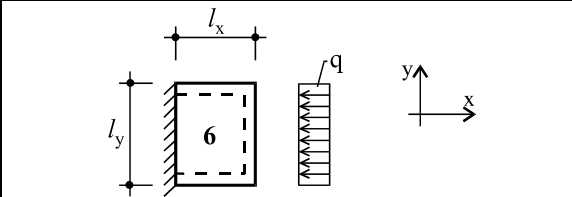
l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	k_x	k_y'
1,00	32,26	50,00	14,29	0,14	0,36
1,10	30,83	52,78	13,90	0,13	0,37
1,20	29,41	55,56	13,51	0,13	0,37
1,30	27,03	62,50	12,82	0,12	0,38
1,40	26,62	65,96	12,64	0,11	0,39
1,50	25,64	76,92	12,20	0,11	0,40
1,60	25,25	82,64	12,15	0,10	0,40
1,70	24,39	100,00	12,05	0,09	0,41
1,80	24,33	102,04	12,03	0,08	0,42
1,90	24,15	108,70	11,99	0,08	0,42
2,00	23,98	116,28	11,95	0,07	0,43



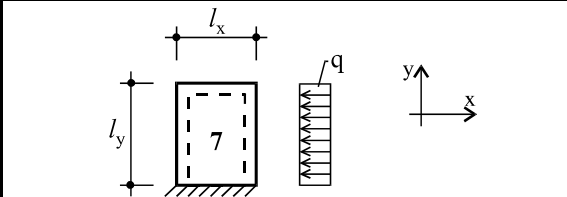
l_y/l_x	m_x	m_y	x_y	k_x'	k_y
1,00	50,00	32,26	14,29	0,36	0,14
1,10	43,52	30,83	13,90	0,35	0,16
1,20	37,04	29,41	12,50	0,33	0,17
1,30	27,03	27,03	10,99	0,31	0,19
1,40	24,78	26,62	10,63	0,30	0,20
1,50	20,41	25,64	9,80	0,28	0,22
1,60	18,59	25,84	9,55	0,27	0,23
1,70	15,38	26,32	9,01	0,25	0,25
1,80	14,95	26,46	8,94	0,24	0,26
1,90	13,77	26,88	8,76	0,23	0,27
2,00	12,77	27,32	8,58	0,22	0,28

TABELA 7-C

LAJES RETANGULARES APOIADAS NOS 4 LADOS - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES E REAÇÕES DE APOIO - CARGA UNIFORME



l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	k_x	k_y	k_y'
1,00	27,78	33,33	11,90	0,18	0,23	0,41
1,10	26,39	34,52	11,33	0,17	0,24	0,43
1,20	25,00	35,71	10,75	0,15	0,25	0,45
1,30	21,74	38,46	9,90	0,14	0,26	0,46
1,40	21,10	39,75	9,69	0,13	0,27	0,47
1,50	19,61	43,48	9,17	0,12	0,27	0,49
1,60	19,05	45,87	9,00	0,11	0,28	0,50
1,70	17,86	52,63	8,62	0,11	0,28	0,50
1,80	17,73	53,76	8,58	0,10	0,29	0,51
1,90	17,36	57,47	8,45	0,10	0,30	0,51
2,00	17,01	61,73	8,32	0,09	0,30	0,52



l_y/l_x	m_x	m_y	x_y	k_x	k_x'	k_y
1,00	33,33	27,78	11,90	0,23	0,41	0,18
1,10	30,18	27,05	11,33	0,22	0,39	0,20
1,20	27,03	26,32	10,75	0,20	0,36	0,22
1,30	20,83	25,64	9,80	0,19	0,33	0,24
1,40	19,47	25,46	9,59	0,18	0,30	0,26
1,50	16,67	25,00	9,09	0,17	0,29	0,27
1,60	15,50	25,38	8,92	0,16	0,26	0,29
1,70	13,33	26,32	8,55	0,15	0,25	0,30
1,80	13,05	26,60	8,51	0,14	0,24	0,31
1,90	12,29	27,47	8,40	0,13	0,23	0,32
2,00	11,60	28,41	8,30	0,12	0,22	0,33

$$l = l_x = \text{menor vão}$$

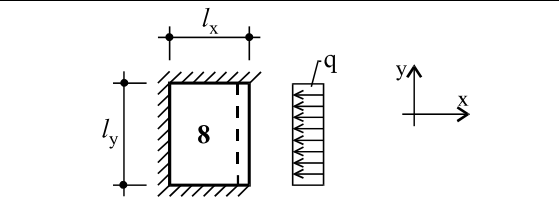
$$M_x = q \cdot l^2 / m_x \quad R_x = k_x \cdot q \cdot l_y$$

$$M_y = q \cdot l^2 / m_y \quad R_x' = k_x' \cdot q \cdot l_y$$

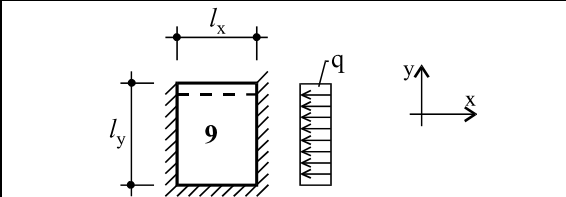
$$X_x = q \cdot l^2 / x_x \quad R_y = k_y \cdot q \cdot l_x$$

$$X_y = q \cdot l^2 / x_y \quad R_y' = k_y' \cdot q \cdot l_x$$

Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes



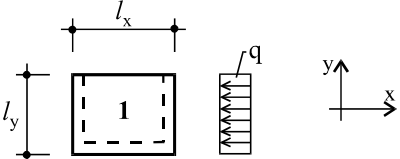
l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y	k_x'	k_y	k_y'
1,00	47,62	38,46	18,18	16,13	0,30	0,14	0,26
1,10	43,04	38,46	16,67	15,42	0,29	0,15	0,28
1,20	38,46	38,46	15,15	14,71	0,27	0,16	0,29
1,30	30,30	37,04	11,36	13,51	0,26	0,17	0,31
1,40	28,60	37,82	11,26	13,31	0,24	0,18	0,33
1,50	25,00	40,00	10,99	12,82	0,23	0,20	0,35
1,60	23,58	40,98	10,60	12,67	0,22	0,21	0,36
1,70	20,83	43,48	9,80	12,35	0,20	0,22	0,38
1,80	20,53	44,44	9,69	12,33	0,19	0,23	0,40
1,90	19,69	47,62	9,36	12,29	0,17	0,24	0,41
2,00	18,90	51,28	9,06	12,24	0,16	0,25	0,43



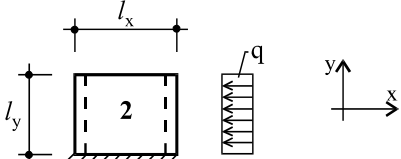
l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y	k_x	k_x'	k_y'
1,00	38,46	47,62	16,13	18,18	0,15	0,25	0,30
1,10	36,47	50,13	15,42	17,86	0,13	0,23	0,32
1,20	34,48	52,63	14,71	17,54	0,12	0,21	0,34
1,30	30,30	55,56	13,51	17,24	0,11	0,19	0,35
1,40	29,31	58,28	13,26	17,24	0,10	0,18	0,36
1,50	27,03	66,67	12,66	17,24	0,10	0,17	0,37
1,60	26,39	70,92	12,47	17,33	0,09	0,16	0,38
1,70	25,00	83,33	12,05	17,54	0,09	0,15	0,38
1,80	24,88	85,47	12,02	17,57	0,08	0,14	0,39
1,90	24,51	92,59	11,93	17,67	0,08	0,13	0,40
2,00	24,15	101,01	11,85	17,76	0,07	0,13	0,40

TABELA 8

LAJES RETANGULARES COM UMA BORDA LIVRE - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES E REAÇÕES DE APOIO - CARGA UNIFORME



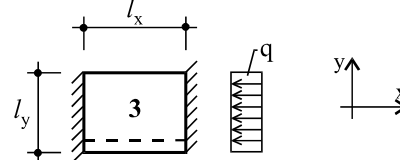
l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}	k_x	k_y
0,30	6,29	8,85	3,52	0,70	0,15
0,40	6,53	10,20	3,89	0,67	0,17
0,50	7,30	12,05	4,35	0,63	0,18
0,60	8,13	14,49	4,95	0,60	0,20
0,70	9,17	17,86	5,78	0,56	0,22
0,80	10,42	21,74	6,94	0,53	0,24
0,90	11,49	26,32	7,81	0,50	0,25
1,00	12,99	32,26	9,01	0,46	0,27
1,10	12,00	32,26	8,59	0,43	0,29
1,20	11,30	32,26	8,32	0,39	0,30
1,30	10,76	32,55	8,12	0,36	0,32
1,40	10,32	33,16	7,98	0,32	0,34
1,50	9,99	34,01	7,88	0,29	0,35
1,60	9,70	35,01	7,80	0,25	0,37
1,70	9,46	35,97	7,73	0,22	0,39
1,80	9,28	36,76	7,68	0,19	0,41
1,90	9,10	37,59	7,63	0,15	0,42
2,00	8,93	38,46	7,58	0,12	0,44



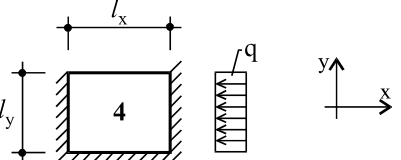
l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}	x_y	k_x'	k_y
0,30	125,00	-13,64	16,08	2,32	0,82	0,09
0,40	39,22	-25,22	11,29	2,70	0,78	0,11
0,50	23,26	-166,67	8,70	3,23	0,75	0,13
0,60	20,00	90,91	8,26	4,00	0,71	0,14
0,70	18,18	52,63	8,26	4,83	0,68	0,16
0,80	17,24	43,48	8,70	5,88	0,64	0,18
0,90	17,86	43,48	9,43	7,04	0,61	0,20
1,00	18,52	43,48	10,42	8,40	0,57	0,21
1,10	16,10	40,32	9,61	8,28	0,54	0,23
1,20	14,54	38,05	9,08	8,22	0,50	0,25
1,30	13,37	36,66	8,68	8,18	0,47	0,27
1,40	12,44	35,92	8,35	8,14	0,43	0,28
1,50	11,76	35,71	8,14	8,11	0,40	0,30
1,60	11,21	35,71	7,98	8,08	0,36	0,32
1,70	10,74	35,71	7,85	8,06	0,33	0,34
1,80	10,37	35,71	7,78	8,04	0,29	0,35
1,90	10,03	35,71	7,70	8,02	0,26	0,37
2,00	9,71	35,71	7,63	8,00	0,22	0,39

l = menor vão entre l_x e l_y

(Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes)



l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}	x_x	k_x	k_y'
0,30	7,03	9,62	3,91	1,30	0,48	0,26
0,40	8,50	12,82	5,01	1,80	0,46	0,27
0,50	10,75	19,23	6,94	2,94	0,43	0,28
0,60	13,33	25,00	8,93	4,17	0,41	0,30
0,70	16,39	33,33	11,49	5,71	0,39	0,31
0,80	20,00	43,48	14,49	7,52	0,36	0,32
0,90	23,26	58,82	18,18	9,52	0,34	0,33
1,00	27,03	76,92	22,22	11,76	0,32	0,34
1,10	26,39	82,64	22,22	11,76	0,29	0,35
1,20	25,88	88,03	22,22	11,76	0,27	0,37
1,30	25,28	93,28	22,22	11,76	0,25	0,38
1,40	24,58	98,43	22,22	11,76	0,22	0,39
1,50	24,21	103,09	22,22	11,76	0,20	0,40
1,60	23,97	107,76	22,22	11,76	0,18	0,41
1,70	23,81	112,36	22,22	11,76	0,15	0,42
1,80	23,81	116,28	22,22	11,76	0,13	0,44
1,90	23,81	120,48	22,22	11,76	0,11	0,45
2,00	23,81	125,00	22,22	11,76	0,08	0,46



l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}	x_x	x_y	k_x'	k_y'
0,30	47,39	-20,41	11,49	2,70	2,61	0,70	0,15
0,40	28,94	-57,14	10,31	3,05	3,43	0,67	0,17
0,50	20,83	71,43	9,35	3,51	5,00	0,63	0,18
0,60	20,00	50,00	10,75	4,55	6,76	0,60	0,20
0,70	22,22	52,63	12,66	5,88	9,01	0,56	0,22
0,80	25,64	55,56	15,38	7,58	11,49	0,53	0,24
0,90	29,41	62,50	18,87	9,52	14,49	0,50	0,25
1,00	34,48	76,92	22,73	11,76	17,86	0,46	0,27
1,10	32,47	76,92	22,73	11,76	17,86	0,43	0,29
1,20	30,98	76,92	22,40	11,76	17,86	0,39	0,30
1,30	29,55	80,39	22,22	11,76	17,86	0,36	0,32
1,40	28,15	88,34	22,22	11,76	17,86	0,32	0,34
1,50	27,10	93,46	22,22	11,76	17,86	0,29	0,35
1,60	26,21	97,28	22,22	11,76	17,86	0,25	0,37
1,70	25,51	101,01	22,22	11,76	17,86	0,22	0,39
1,80	25,13	104,17	22,22	11,76	17,86	0,19	0,41
1,90	24,75	107,53	22,22	11,76	17,86	0,15	0,42
2,00	24,39	111,11	22,22	11,76	17,86	0,12	0,44

TABELA 9-A

LAJES RETANGULARES APOIADAS NOS 4 LADOS - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES - CARGA TRIANGULAR

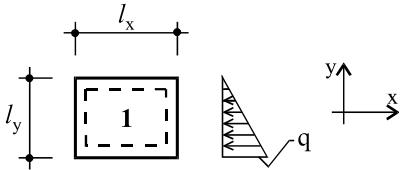
l = menor vão entre l_x e l_y

Momentos fletores máximos
(nem sempre no centro do vão):

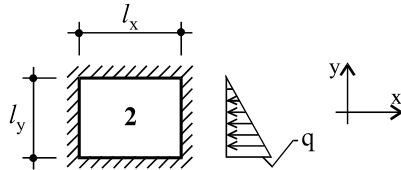
$$M_x = q \cdot \frac{l^2}{m_x} \qquad M_y = q \cdot \frac{l^2}{m_y}$$

$$X_x = q \cdot \frac{l^2}{x_x} \qquad X_y = q \cdot \frac{l^2}{x_y}$$

Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes



l_y/l_x	m_x	m_y
0,50	62,50	19,61
0,60	52,63	22,22
0,70	50,00	25,64
0,80	47,62	29,41
0,90	45,45	34,48
1,00	45,45	41,67
1,10	41,96	40,06
1,20	38,46	38,46
1,30	32,26	37,04
1,40	30,34	36,66
1,50	26,32	35,71
1,60	24,94	35,71
1,70	22,22	35,71
1,80	21,79	35,71
1,90	20,58	35,71
2,00	19,49	35,71



l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y
0,50	125,00	47,62	33,33	20,00
0,60	125,00	52,63	33,33	20,83
0,70	111,11	58,82	33,33	22,22
0,80	100,00	62,50	34,48	24,39
0,90	100,00	71,43	34,48	27,03
1,00	90,91	83,33	37,04	30,30
1,10	83,92	83,33	34,14	29,04
1,20	76,92	83,33	31,25	27,78
1,30	66,67	83,33	27,78	25,64
1,40	63,13	83,33	26,54	25,28
1,50	55,56	83,33	23,81	24,39
1,60	52,91	81,30	22,99	24,04
1,70	47,62	76,92	21,28	23,26
1,80	46,95	76,92	21,14	23,15
1,90	45,05	76,92	20,75	22,83
2,00	43,29	76,92	20,37	22,52

TABELA 9-B

LAJES RETANGULARES APOIADAS NOS 4 LADOS - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES - CARGA TRIANGULAR

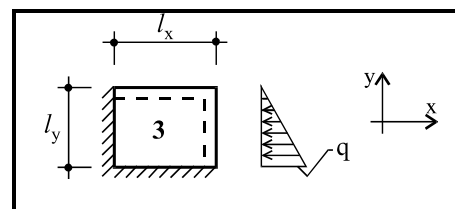
l = menor vão entre l_x e l_y

$$M_x = q \cdot l^2 / m_x$$

$$M_y = q \cdot l^2 / m_y$$

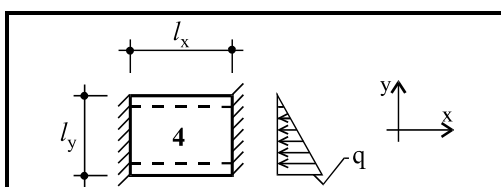
$$X_x = q \cdot l^2 / x_x$$

$$X_y = q \cdot l^2 / x_y$$

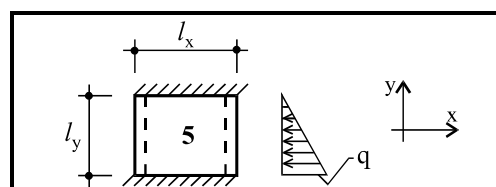


l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y
0,50	125,00	37,04	27,03	15,63
0,60	111,11	41,67	27,03	16,67
0,70	100,00	47,62	27,03	17,54
0,80	90,91	55,56	27,78	19,23
0,90	90,91	71,43	29,41	21,28
1,00	83,33	83,33	30,30	23,81
1,10	75,00	80,13	28,67	22,77
1,20	66,67	76,92	27,03	21,74
1,30	52,63	76,92	22,73	20,00
1,40	49,70	76,92	21,89	19,56
1,50	43,48	76,92	20,00	18,52
1,60	41,32	76,92	19,19	18,12
1,70	37,04	76,92	17,54	17,24
1,80	36,63	76,92	17,30	17,12
1,90	35,46	76,92	16,61	16,78
2,00	34,36	76,92	15,97	16,45

Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes



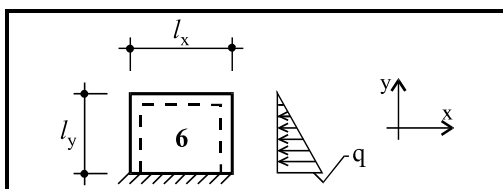
l_y/l_x	m_x	m_y	x_x
0,50	55,56	22,22	16,13
0,60	50,00	27,78	17,54
0,70	50,00	35,71	18,87
0,80	52,63	43,48	20,83
0,90	55,56	52,63	23,26
1,00	58,82	66,67	26,32
1,10	55,73	64,58	25,35
1,20	52,63	62,50	24,39
1,30	47,62	62,50	22,73
1,40	46,38	63,61	22,16
1,50	43,48	66,67	20,83
1,60	42,37	68,03	20,33
1,70	40,00	71,43	19,23
1,80	39,84	72,46	19,01
1,90	39,37	75,76	18,38
2,00	38,91	79,37	17,79



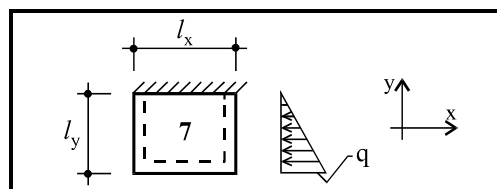
l_y/l_x	m_x	m_y	x_y
0,50	142,86	45,45	19,23
0,60	125,00	47,62	19,61
0,70	111,11	50,00	20,00
0,80	100,00	52,63	20,83
0,90	100,00	55,56	21,74
1,00	90,91	62,50	22,73
1,10	81,17	57,57	21,17
1,20	71,43	52,63	19,61
1,30	52,63	47,62	17,24
1,40	48,36	46,99	16,45
1,50	40,00	45,45	14,71
1,60	36,50	45,45	14,27
1,70	30,30	45,45	13,33
1,80	29,41	45,25	13,18
1,90	27,03	44,64	12,72
2,00	25,00	44,05	12,30

TABELA 9-C

LAJES RETANGULARES APOIADAS NOS 4 LADOS - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES - CARGA TRIANGULAR

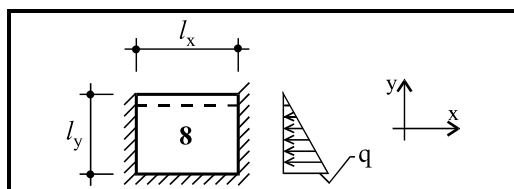


l_y/l_x	m_x	m_y	x_y
0,50	100,00	35,71	15,15
0,60	90,91	37,04	15,87
0,70	83,33	40,00	16,67
0,80	76,92	45,45	17,86
0,90	76,92	50,00	18,87
1,00	71,43	55,56	20,00
1,10	63,49	54,09	19,09
1,20	55,56	52,63	18,18
1,30	43,48	50,00	16,31
1,40	40,52	48,64	15,70
1,50	34,48	45,45	14,49
1,60	31,85	44,84	14,01
1,70	27,03	43,48	12,99
1,80	26,46	43,29	12,87
1,90	24,88	42,74	12,53
2,00	23,47	42,19	12,21

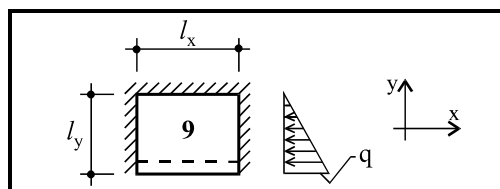


l_y/l_x	m_x	m_y	x_y
0,50	76,92	25,00	17,86
0,60	72,73	27,40	19,05
0,70	68,97	30,30	20,41
0,80	65,22	33,33	22,56
0,90	61,86	37,04	25,21
1,00	58,82	41,67	28,57
1,10	50,78	40,06	27,24
1,20	42,74	38,46	25,91
1,30	36,23	36,63	24,88
1,40	33,78	35,71	24,39
1,50	28,89	34,15	24,01
1,60	26,74	33,33	23,81
1,70	23,04	33,33	24,29
1,80	22,42	33,33	24,39
1,90	21,10	33,33	25,00
2,00	19,92	33,33	25,64

l = menor vão entre l_x e l_y (Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes)



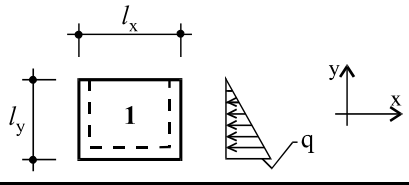
l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y
0,50	100,00	38,46	27,78	16,13
0,60	90,91	43,48	27,78	17,54
0,70	83,33	50,00	28,57	19,61
0,80	76,92	62,50	30,30	22,22
0,90	76,92	71,43	32,26	25,64
1,00	83,33	90,91	34,48	29,41
1,10	77,38	87,12	32,39	28,59
1,20	71,43	83,33	30,30	27,78
1,30	62,50	83,33	27,03	25,64
1,40	59,38	83,33	26,04	25,28
1,50	52,63	83,33	23,81	24,39
1,60	51,02	81,30	23,15	24,04
1,70	47,62	76,92	21,74	23,26
1,80	46,95	76,92	21,55	23,15
1,90	45,05	76,92	21,01	22,83
2,00	43,29	76,92	20,49	22,52



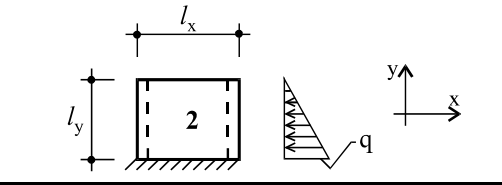
l_y/l_x	m_x	m_y	x_x	x_y
0,50	86,96	27,78	21,74	19,61
0,60	76,34	31,90	22,05	22,42
0,70	68,03	37,45	22,37	26,18
0,80	67,57	43,54	23,92	30,96
0,90	67,11	51,99	25,71	37,88
1,00	66,67	64,52	27,78	48,78
1,10	61,11	63,51	26,30	50,71
1,20	55,56	62,50	24,81	52,63
1,30	50,51	64,10	23,15	55,56
1,40	48,78	63,69	22,42	56,82
1,50	45,23	64,22	20,86	61,78
1,60	43,48	64,52	20,08	64,94
1,70	40,68	65,22	18,82	73,26
1,80	40,16	65,36	18,59	75,19
1,90	39,58	67,26	18,01	79,37
2,00	39,01	69,28	17,46	84,03

TABELA 10

LAJES RETANGULARES COM UMA BORDA LIVRE - ARMADAS EM CRUZ
MOMENTOS FLETORES - CARGA TRIANGULAR

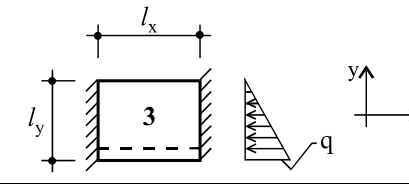


l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}
0,30	17,24	17,24	10,42
0,40	17,86	19,23	11,63
0,50	19,61	22,73	13,16
0,60	20,41	27,03	15,38
0,70	23,26	32,26	17,86
0,80	25,64	38,46	21,28
0,90	28,57	45,45	25,64
1,00	32,26	55,56	30,30
1,10	28,90	55,56	29,50
1,20	26,62	55,56	29,41
1,30	24,93	56,43	29,90
1,40	23,61	58,28	30,94
1,50	22,47	59,88	31,85
1,60	21,46	61,43	32,72
1,70	20,66	62,89	33,56
1,80	20,16	64,10	34,25
1,90	19,69	65,36	34,97
2,00	19,23	66,67	35,71

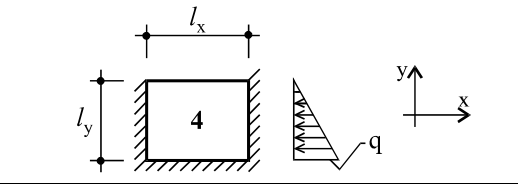


l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}	x_y
0,30	333,33	-23,98	59,88	5,99
0,40	106,38	1.666,67	38,46	7,46
0,50	71,43	111,11	32,26	8,62
0,60	55,56	76,92	29,41	10,00
0,70	50,00	66,67	30,30	11,49
0,80	47,62	66,67	31,25	13,33
0,90	47,62	66,67	34,48	15,15
1,00	50,00	71,43	38,46	17,24
1,10	42,37	67,11	35,97	16,23
1,20	37,65	63,94	34,92	15,34
1,30	34,01	61,43	34,48	14,56
1,40	31,06	59,38	34,48	13,88
1,50	28,49	58,82	34,84	13,37
1,60	26,29	58,82	35,36	12,93
1,70	24,57	59,17	35,84	12,56
1,80	23,36	60,24	36,23	12,29
1,90	22,27	61,35	36,63	12,02
2,00	21,28	62,50	37,04	11,76

l = menor vão entre l_x e l_y (Vide Instruções e Convenções no início das Tabelas de Lajes)

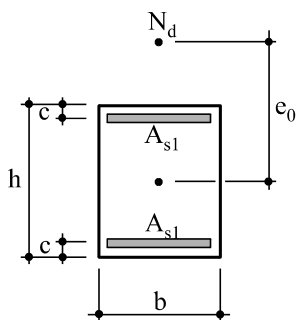


l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}	x_x
0,30	20,00	16,95	12,35	6,54
0,40	23,26	21,05	15,75	8,16
0,50	27,78	27,78	21,74	10,87
0,60	32,26	38,46	30,30	13,70
0,70	38,46	50,00	40,00	16,67
0,80	43,48	66,67	55,56	19,61
0,90	50,00	83,33	71,43	23,26
1,00	58,82	111,11	100,00	27,03
1,10	55,87	123,46	109,89	25,77
1,20	53,65	125,00	119,62	25,23
1,30	51,87	129,53	129,53	24,83
1,40	50,40	139,66	139,66	24,49
1,50	49,26	149,25	149,25	24,21
1,60	48,26	159,24	159,24	23,97
1,70	47,62	169,49	169,49	23,75
1,80	47,62	178,57	178,57	23,58
1,90	47,62	188,68	188,68	23,42
2,00	47,62	200,00	200,00	23,26



l_y/l_x	m_x	m_y	m_{xb}	x_x	x_y
0,30	125,00	-23,81	37,04	14,29	5,99
0,40	76,34	400,00	36,36	14,93	7,72
0,50	62,50	125,00	35,71	15,63	10,87
0,60	58,82	83,33	43,48	21,74	13,70
0,70	58,82	76,92	52,63	23,81	17,54
0,80	58,82	76,92	62,50	26,32	21,74
0,90	66,67	90,91	76,92	29,41	25,64
1,00	76,92	100,00	100,00	33,33	28,57
1,10	71,94	109,89	109,89	30,58	27,17
1,20	65,45	111,11	119,62	28,64	26,12
1,30	61,43	114,68	129,53	27,35	25,28
1,40	59,38	122,55	139,66	26,54	24,58
1,50	57,80	135,14	149,25	25,91	24,04
1,60	56,43	152,44	159,24	25,35	23,56
1,70	54,95	169,49	169,49	24,88	23,15
1,80	53,19	178,57	178,57	24,51	22,83
1,90	51,55	188,68	188,68	24,15	22,52
2,00	50,00	200,00	200,00	23,81	22,22

PILARES ESBELTOS ($40 < \lambda < 140$)
ARMADURAS SIMÉTRICAS EM 2 LADOS
FLEXO-COMPRESSÃO


$$\rho\% = \frac{\rho' \cdot f_{ck}}{100} \geq \rho_{\min} \quad (f_{ck} \text{ em tf/cm}^2) \\ (\rho' \text{ da Tabela})$$

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{N_d \cdot e_0}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\begin{array}{l} N_d \text{ (em tf)} \\ M_d \text{ (em tf.cm)} \\ A_c \text{ (em cm}^2\text{)} \\ f_{cd} \text{ (em tf/cm}^2\text{)} \end{array}$$

VALORES DE ρ' (em %)

[illegible]

TABELA 14**MOMENTOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO EM BARRAS PRISMÁTICAS (I = constante)**

Convenção de Grinter

EXPRESSÃO SUPERIOR = M_{AB} **EXPRESSÃO INFERIOR = M_{BA}** l = vão da barra

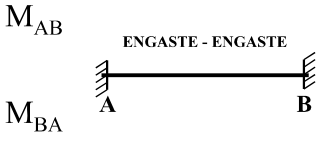
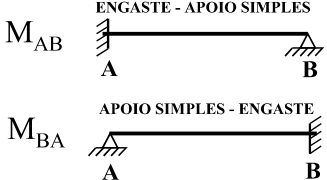
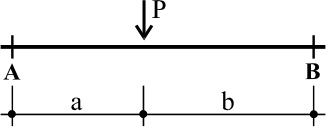
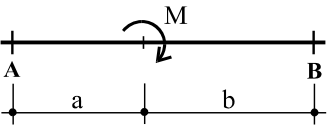
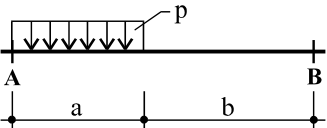
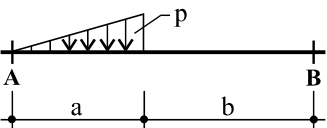
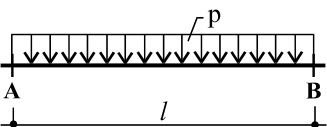
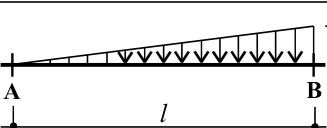
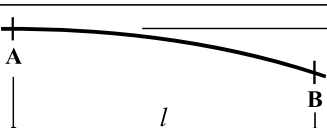
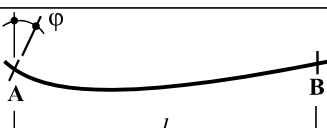
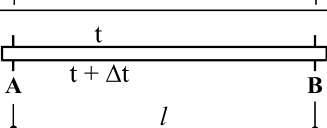
APOIOS E MOMENTOS CARGAS		
	$P \cdot a \cdot b^2 / l^2$ $- P \cdot a^2 \cdot b / l^2$	$P \cdot a \cdot b \cdot (l+b) / 2 \cdot l^2$ $- P \cdot a \cdot b \cdot (l+a) / 2 \cdot l^2$
	$M \cdot b \cdot (3 \cdot b - 2 \cdot l) / l^2$ $- M \cdot a \cdot (2 \cdot l - 3 \cdot a) / l^2$	$M \cdot (3 \cdot b^2 - l^2) / 2 \cdot l^2$ $- M \cdot (l^2 - 3 \cdot a^2) / 2 \cdot l^2$
	$p \cdot a^2 \cdot (6 \cdot l^2 - 8 \cdot l \cdot a + 3 \cdot a^2) / 12 \cdot l^2$ $- p \cdot a^3 \cdot (4 \cdot l - 3 \cdot a) / 12 \cdot l^2$	$p \cdot a^2 \cdot (2 \cdot l - a)^2 / 8 \cdot l^2$ $- p \cdot a^2 \cdot (2 \cdot l^2 - a^2) / 8 \cdot l^2$
	$p \cdot a^2 \cdot (10 \cdot l^2 - 15 \cdot l \cdot a + 6 \cdot a^2) / 30 \cdot l^2$ $- p \cdot a^3 \cdot (5 \cdot l - 4 \cdot a) / 20 \cdot l^2$	$p \cdot a^2 \cdot (40 \cdot l^2 - 45 \cdot l \cdot a + 12 \cdot a^2) / 120 \cdot l^2$ $- p \cdot a^2 \cdot (5 \cdot l^2 - 3 \cdot a^2) / 30 \cdot l^2$
	$+ p \cdot l^2 / 12$ $- p \cdot l^2 / 12$	$+ p \cdot l^2 / 8$ $- p \cdot l^2 / 8$
	$+ p \cdot l^2 / 30$ $- p \cdot l^2 / 20$	$+ 7 \cdot p \cdot l^2 / 120$ $- p \cdot l^2 / 15$
	$+ 6 \cdot E \cdot I \cdot \Delta / l^2$ $+ 6 \cdot E \cdot I \cdot \Delta / l^2$	$+ 3 \cdot E \cdot I \cdot \Delta / l^2$ $+ 3 \cdot E \cdot I \cdot \Delta / l^2$
	$+ 2 \cdot E \cdot I \cdot \phi / l$ $+ 4 \cdot E \cdot I \cdot \phi / l$	$- 3 \cdot E \cdot I \cdot \phi / l$ $+ 3 \cdot E \cdot I \cdot \phi / l$
	$+ E \cdot I \cdot \alpha_t \cdot \Delta_t / h$ $- E \cdot I \cdot \alpha_t \cdot \Delta_t / h$	$+ 3 \cdot E \cdot I \cdot \alpha_t \cdot \Delta_t / 2 \cdot h$ $- 3 \cdot E \cdot I \cdot \alpha_t \cdot \Delta_t / 2 \cdot h$

TABELA 15
FUNDAÇÕES

SPT = índice de resistência à penetração (Standard Penetration Test)

σ_{adm} = tensão admissível de resistência do solo

f = coeficiente de atrito e de aderência lateral para estacas de concreto

AREIAS

SPT	COMPACIDADE DA AREIA	σ_{adm} (kgf/cm ²)	f (kgf/cm ²)
< 4	muito fofa	< 0,80	0,05
5 - 9	fofa ou pouco compacta	1,00 - 1,80	0,35
10 - 19	medianamente compacta	2,00 - 3,80	0,60
20 - 39	compacta com cascalho	4,00 - 7,80	1,00
> 40	muito compacta	> 8,00	1,25

ARGILAS

SPT	CONSISTÊNCIA DA ARGILA	σ_{adm} (kgf/cm ²)	f (kgf/cm ²)
< 2	muito mole ou silte	< 0,40	0,06
3 - 5	mole, siltosa ou arenosa	0,60 - 1,00	0,20
6 - 10	média ou silte arenosa	1,20 - 2,00	0,35
11 - 15	rija	2,20 - 3,00	0,75
16 - 19	muito rija	3,20 - 3,80	1,50
> 20	dura	> 4,00	2,00

NOTA 1: Quando o lençol freático atingir a base das sapatas, os valores acima devem ser reduzidos à metade.

NOTA 2: Não se aconselha o emprêgo generalizado das tabelas acima, a não ser sob sérias restrições.

ANEXOS

ANEXO 1**ESTIMATIVA DA ALTURA ÚTIL (d) DE LAJES E VIGAS**

Pela Norma NBR-6118/1980 item 4.2.3.1.C, em vigas de seção retangular ou T e em lajes maciças retangulares de edifícios, o cálculo das flechas pode ser dispensado se a altura útil d obedecer a relação:

$$d \geq \frac{l}{\psi_2 \cdot \psi_3} \quad (\text{nas lajes armadas em cruz, } l \text{ é o menor vão})$$

a) Valores de ψ_3 - depende do tipo do aço

TIPO DO AÇO	ψ_3	
	Em vigas e lajes nervuradas	Em lajes maciças
CA-25	25	35
CA-32	22	33
CA-50B	20	30
CA-50A	17	25
CA-60B	15	20

b) Valores de ψ_2 - depende do tipo de vinculação existente nas vigas, e no caso das lajes, se são armadas em uma direção ou armadas em cruz.

b.1) Em vigas e lajes armadas em uma direção:

TIPO DO APOIO	ψ_2
simplesmente apoiadas	1,0
contínuas	1,2
duplamente engastadas	1,7
em balanço	0,5

b.2) Em lajes armadas em cruz:

$l_y \backslash l_x$					
	$\begin{matrix} 2,2 \\ 1,7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2,0 \\ 1,7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,9 \\ 1,7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,7 \\ 1,7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,7 \\ 1,7 \end{matrix}$
	$\begin{matrix} 2,0 \\ 1,4 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,8 \\ 1,4 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,7 \\ 1,4 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,4 \\ 1,3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,3 \\ 1,3 \end{matrix}$
	$\begin{matrix} 1,9 \\ 1,2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,7 \\ 1,1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,5 \\ 1,1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,1 \\ 1,0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,0 \\ 1,0 \end{matrix}$
	$\begin{matrix} 1,7 \\ 0,5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,4 \\ 0,5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,1 \\ 0,5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0,7 \\ 0,5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0,6 \\ 0,5 \end{matrix}$
	$\begin{matrix} 1,7 * \\ 0,5 * \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,3 * \\ 0,5 * \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1,0 * \\ 0,5 * \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0,6 * \\ 0,5 * \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0,5 * \\ 0,3 * \end{matrix}$

Convenções para o uso da Tabela acima:

engastamento
 apoio simples
 balanço (borda livre)

 l_y = vão menor l_x = vão maior

- número superior: ψ_2 para $l_x/l_y = 1$
- número inferior: ψ_2 para $l_x/l_y \geq 2$, mas não vale nos casos assinalados com asterisco
- para $1 < l_x/l_y < 2$: interpolar linearmente

b.3) Para as lajes, com mais de 4,0 metros de vão teórico, que suportarem paredes na direção do vão suscetíveis de fissuração, as alturas úteis mínimas calculadas por este item deverão ser multiplicadas por $l/4$ (l em metros).

ANEXO 2

CÁLCULO E LIMITAÇÃO DAS FLECHAS EM LAJES E VIGAS

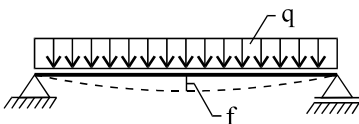
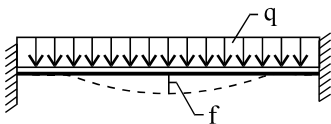
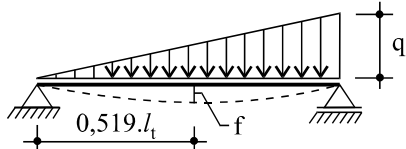
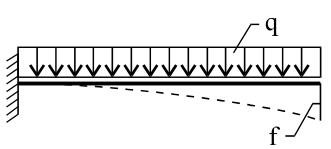
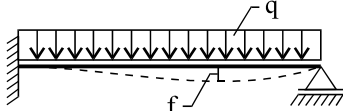
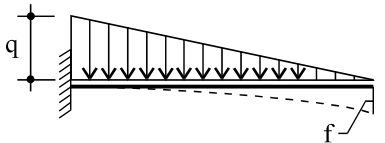
Nos casos em que não se pode dispensar o cálculo das flechas máximas f , com vãos teóricos l_t , devemos obedecer as seguintes limitações:

- só carga acidentais: $f \leq \frac{lt}{500}$ (em balanços, $f \leq \frac{lt}{250}$)

- para carga total: $f \leq \frac{lt}{300}$ (em balanços, $f \leq \frac{lt}{150}$)

unidades: f e l_t em cm

O cálculo das flechas máximas, tanto em vigas como em lajes, é feito pelo formulário de vigas simples abaixo:

 $f = \frac{5 \cdot q \cdot l_t^4}{384 \cdot E \cdot I}$	 $f = \frac{q \cdot l_t^4}{384 \cdot E \cdot I}$
 $f = \frac{6,522}{10^3} \cdot \frac{q \cdot l_t^4}{E \cdot I}$	 $f = \frac{q \cdot l_t^4}{8 \cdot E \cdot I}$
 $f = \frac{2 \cdot q \cdot l_t^4}{384 \cdot E \cdot I}$	 $f = \frac{q \cdot l_t^4}{30 \cdot E \cdot I}$

Na aplicação destas fórmulas, com a altura estimada h e a largura b_w (1,0 m nas lajes), determinamos a carga distribuída p (kgf/cm²), entramos com l_t (cm); I é o momento de inércia da seção (cm⁴). Para o valor do módulo de deformação longitudinal à compressão do concreto E , na falta de determinação experimental, recomenda-se usar:

$$E = 6600 \cdot \sqrt{f_{ck} + 3,5} \quad (\text{em MPa}), \text{ ou } E = 21000 \cdot \sqrt{f_{ck} + 35} \quad (\text{em kgf/cm}^2)$$

ANEXO 3

CARREGAMENTOS NAS ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

1. CARGAS PERMANENTES

São aquelas constituídas pelos pesos próprios da estrutura e por todas as sobrecargas fixas.

1.1- Peso próprio

Para o concreto armado, admite-se o peso específico de $25 \text{ kN/m}^3 (\cong 2,5 \text{ tf/m}^3)$.

1.2- Coberturas

- a) de telhas cerâmicas, inclusive o madeiramento..... $80 \text{ a } 120 \text{ kgf/m}^2$
- b) com telhas de fibro-cimento..... $20 \text{ a } 50 \text{ kgf/m}^2$

1.3- Caixa d'água superior de edifícios

Peso total = 1,6 a 2,0 vezes o peso da água

1.4- Casa de máquinas de elevadores

Peso total = 15 a 25 vezes a capacidade de carga do elevador

1.5- Fôrros

- a) sem vigamento..... 200 kgf/m^2
- b) com vigamento..... 300 kgf/m^2

1.6- Terraços

- a) não habitados..... 350 kgf/m^2
- b) habitados..... 500 kgf/m^2

1.7- Revestimentos

- a) de fôrros..... 50 kgf/m^2
- b) de pisos..... 100 kgf/m^2
- c) incluindo pavimento e revestimento (assoalho ou cerâmica, camada de fixação e revestimento inferior das lajes para edifícios comuns)..... 50 kgf/m^2

1.8- Enchimentos

- a) entulhos (escória, pedaços de tijolos com argamassa magra)..... 1000 kgf/m^3
- b) com argamassa pura (pequenos rebaixos e os destinados a caimentos para escoamento de água)..... 1500 kgf/m^3
- c) com terra..... 1800 kgf/m^3
- d) com tijolos cerâmicos furados..... 800 kgf/m^3
- e) com carvão vegetal..... 200 kgf/m^3
- f) com argila expandida..... $300 \text{ a } 700 \text{ kgf/m}^3$

1.9- Alvenarias, inclusive argamassa de assentamento e revestimento

a) de tijolos cerâmicos maciços ($\gamma = 1600 \text{ kgf/m}^3$), com	
- espessura de 10 cm (espelho).....	160 kgf/m^2
- espessura de 15 cm (1/2 tijolo).....	240 kgf/m^2
- espessura de 25 cm (1 tijolo).....	400 kgf/m^2
b) de tijolos cerâmicos furados ($\gamma = 1200 \text{ kgf/m}^3$), com	
- espessura de 15 cm (1/2 tijolo).....	180 kgf/m^2
- espessura de 25 cm (1 tijolo).....	300 kgf/m^2
c) de blocos de concreto ($\gamma = 1400 \text{ kgf/m}^3$), com	
- espessura de 15 cm.....	210 kgf/m^2
- espessura de 25 cm.....	350 kgf/m^2
d) caixilhos e esquadrias.....	50 a 100 kgf/m^2

1.10- Formas e madeiramentos em lajes tipo "caixão perdido" 30 a 60 kgf/m^2 **1.11- Peso próprio de lajes mistas pré-moldadas**

- com espessura final de 10 cm, sem revestimentos e sobrecargas.....	120 kgf/m^2
- com espessura final de 14 cm, sem revestimentos e sobrecargas.....	150 kgf/m^2

2. CARGAS ACIDENTAIS (ou SOBRECARGAS)

São as cargas provenientes de pessoas, móveis, instalações móveis, materiais em massa, veículos, etc.

2.1- Sobrecargas verticais (incluindo impacto)

Como a posição e o peso de pessoas e objetos são geralmente variáveis e indeterminados, substitui-se seu peso por uma sobrecarga superficial uniforme, com segue:

a) em fôrros não destinados a depósitos (vide item g).....	50 kgf/m^2
b) em compartimentos destinados a residências, escritórios ou enfermarias (vide item g):	
- sobre lajes com mais de 12 m^2 (salas, dormitórios, etc.)	150 kgf/m^2
- sobre lajes com menos de 12 m^2 (banheiros, áreas de serviço, etc.).....	200 kgf/m^2

- c) em compartimentos destinados a reuniões ou de acesso público, salas de aula, refeitórios e escadas residenciais..... 300 kgf/m²
- d) em compartimentos destinados a bailes, ginástica ou esportes, escadas públicas ou docentes, galerias comerciais e garagens só para automóveis..... 400 kgf/m²
- e) em compartimentos destinados a arquivos, bibliotecas ou depósitos de qualquer natureza. São determinados em cada caso especial (Por exemplo: peso de água em coberturas no caso de acidentes com canalizações, peso de veículos em garagens, etc.)
- f) ao longo dos parapeitos e balcões, deve ser considerada aplicada uma carga mínima linear vertical de 200 kgf/m.
- g) no cálculo dos pilares e das fundações de edifícios de mais de 3 pavimentos, as cargas dos itens a) e b) podem ser reduzidas de 20% no 4.º pavimento a contar de cima; de 40% no 5.º pavimento e de 60% no 6.º e seguintes.

2.2- Sobrecargas horizontais (em terraços, balcões, escadas, etc.)

a) Em qualquer parapeito, deve se considerar aplicada na altura do corrimão, uma carga horizontal de 80 kgf/m.

b) Sobrecargas de vento

b.1) Pressão dinâmica do vento (w)

$$w = \frac{v^2}{16}$$

v = velocidade do vento em m/s

w em kgf/m²

v	m/s	28	34	40	45	49
	km/h	102	125	144	161	176
w	kgf/m ²	50	75	100	125	150

b.2) Sobrecarga do vento em um elemento superficial (p)

O elemento pode estar orientado tanto a barlavento como a sotavento.

$$p = c \cdot w$$

p e w em kgf/m²

c é o coeficiente eólico, sendo positivo para pressão e negativo para sucção. Em construções:

- prismáticas..... $c = 1,0$ a $1,2$
- cilíndricas (depende da rugosidade da superfície)..... $c = 0,6$ a $0,8$
- esféricas..... $c = 0,2$ a $0,4$

2.3- Sobrecargas devido à variação de temperatura e/ou retração

- itens 3.1.1.4 e 3.1.1.5 da NBR-6118
- coeficiente de dilatação térmica do concreto armado $= 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$
- os momentos devidos à dilatação térmica podem ser avaliados pela Tabela de momentos de engastamentos perfeitos, encontrada no final do ANEXO 4.
- deformação específica de retração do concreto (NBR-7197) $= 15 \times 10^{-5}$

2.4- Sobrecargas devido à deformação lenta (NBR-7197) e item 3.1.1.6 da NBR-6118

- Usa-se o módulo de deformação secante: $E_c = 0,9 \cdot 21000 \cdot \sqrt{f_{cj}}$ (em kgf/cm^2)
- $f_{cj} = f_{ck} + 35$

2.5- Sobrecargas devidas a outras ações especiais (NBR-6118)

- item 3.1.1.7: Choques, vibrações e esforços repetidos
- item 3.1.1.8: Influência do processo de construção
- item 3.1.1.9: Deslocamento de apoio
- item 3.1.1.9: Engastamento parcial

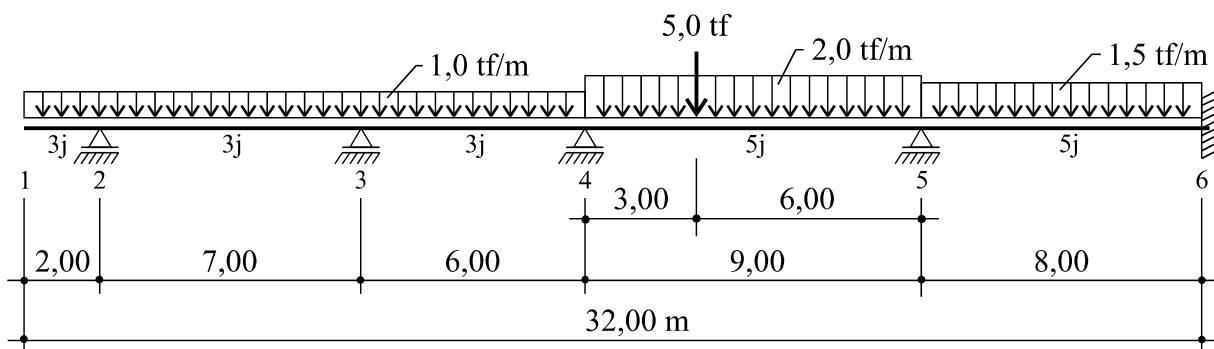
Estas sobrecargas devem ser avaliadas em cada condição particular do projeto, e depois consideradas nos cálculos.

ANEXO 4

EXEMPLO DE CÁLCULO DOS ESFORÇOS
PELO PROCESSO DE CROSS

Para melhor assimilação do Processo de Cross, vamos apresentá-lo através de um exemplo de viga contínua com balanço, mas este processo também é aplicável em pórticos, etc.

Seja determinar os diagramas de *forças cortantes*, de *momentos fletores* e as *reações de apoio* da viga abaixo, cujo peso próprio já está incluso no carregamento apresentado.



1. ETAPA HIPERESTÁTICA

É o processo de Cross propriamente dito, que determina os momentos fletores de extremidade das barras.

1.1- Grau de deslocabilidade

Como regra geral, apenas os *nós intermediários* são bloqueados, fixos. Os nós de extremidade são considerados articulados ou engastados, conforme se apresentarem.

São considerados *nós externos*, que não serão bloqueados, aqueles aos quais converge só uma barra, mesmo com um eventual balanço na ponta.

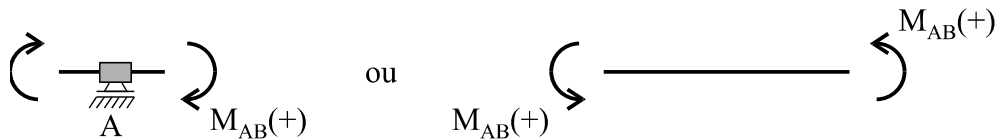
1.2- Momentos de engastamento perfeito

Com os nós intermediários bloqueados ao giro, podemos isolar cada tramo da viga e considerar que cada bloqueio equivale a um engastamento perfeito. Caimos assim em casos conhecidos e tabelados.

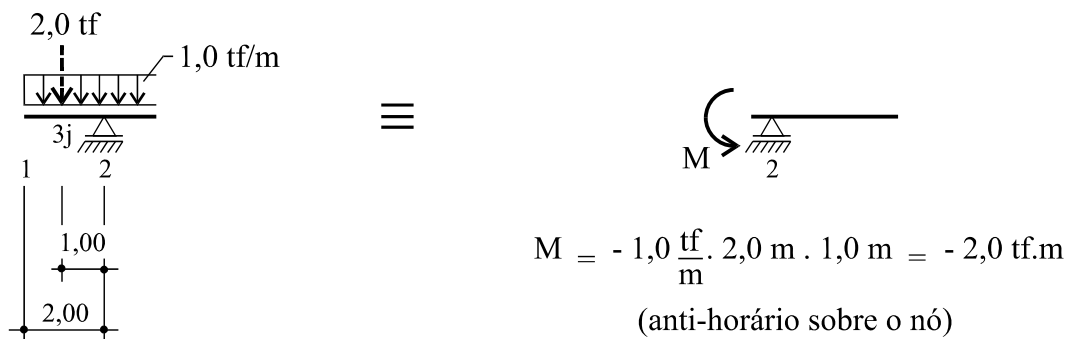
A regra de sinais menos sujeita a confusões é a **Convenção de Grinter**, que diz:

“Os momentos fletores nos nós, supostos como ação de barras sobre os nós, são positivos se horários sobre os mesmos ou (ação e reação), se anti-horários sobre a barra”.

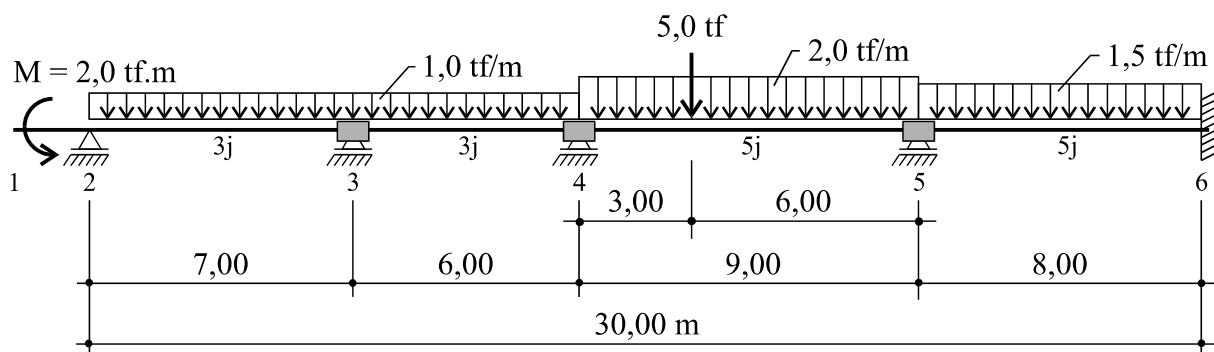
CONVENÇÃO DE GRINTER



As cargas nos trechos em balanço são substituídas pelo seu momento resultante, e como o apoio é extremo (suposto articulado), não será bloqueado.



Aplicando estes conceitos, temos abaixo a estrutura bloqueada:



No nosso exemplo, usando a TABELA 14, e tomando muito cuidado com os sinais, determinamos os **momentos de engastamento perfeito**:

$$M_{21} = - 2,00 \text{ tf.m} \quad (\text{momento anti-horário sobre o nó})$$

$M_{23} = 0$ (o nó 2 é extremo e portanto suposto articulado)

$$M_{32} = -\frac{p \cdot l^2}{8} + \frac{M}{2 \cdot l^2} \cdot (l^2 - 3 \cdot a^2) = -\frac{1 \cdot 7^2}{8} + \frac{2}{2 \cdot 7^2} (7^2 - 3 \cdot 0^2) = -5,125 \text{ tf.m} \quad (\text{as cargas do trecho 2-3 giram o nó 3 no sentido anti-horário})$$

$$M_{34} = -M_{43} = +\frac{p \cdot l^2}{12} = +\frac{1 \cdot 6^2}{12} = +3,00 \text{ tf.m}$$

$$M_{45} = +\frac{p \cdot l^2}{12} + \frac{P \cdot a \cdot b^2}{l^2} = \frac{+2 \cdot 9^2}{12} + \frac{5 \cdot 3 \cdot 6^2}{9^2} = +20,16 \text{ tf.m}$$

$$M_{54} = -\frac{p \cdot l^2}{12} - \frac{P \cdot a^2 \cdot b}{l^2} = -\frac{2 \cdot 9^2}{12} - \frac{5 \cdot 3^2 \cdot 6}{9^2} = -16,83 \text{ tf.m}$$

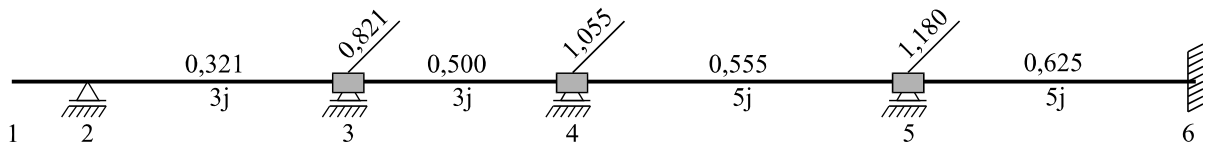
$$M_{56} = -M_{65} = +\frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{+1 \cdot 5 \cdot 8^2}{12} = +8,00 \text{ tf.m}$$

1.3- Coeficientes de rigidez (β)

Este coeficiente leva em conta as características do material e a forma da seção transversal da barra. Para barras prismáticas ($I = \text{constante}$), temos:

$$\left| \begin{array}{ll} \text{- tramo engastado-engastado:} & \beta = \frac{I}{I_c \cdot l} \\ \text{- tramo engastado-articulado:} & \beta = 0,75 \cdot \frac{I}{I_c \cdot l} \end{array} \right.$$

Adotamos então $I_c = j$, colocamos o valor β_i em cada tramo e a soma dos β_i ($\sum \beta_i$) em cada nó:



1.4- Coeficientes de distribuição (μ) e de propagação (α)

Para cada nó bloqueado e para cada barra que a ele converge, o coeficiente μ vale:

$$\mu_i = \frac{\beta_i}{\sum \beta_i} \quad \text{e então} \quad M_i = -\mu_i \cdot \Delta M$$

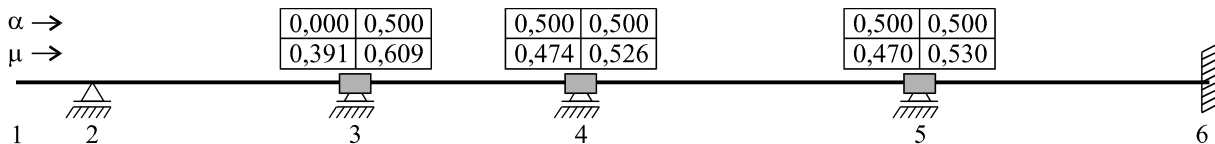
onde ΔM são as diferenças de momento que existem quando o nó está desequilibrado, e M_i é a parcela do momento no nó que será distribuída a cada barra que a ele converge.

O coeficiente de propagação α tem os seguintes valores:

$$\left| \begin{array}{l} - \alpha = 0,5 \text{ se a outra extremidade da barra é engastada} \\ - \alpha = 0 \text{ se a outra extremidade da barra é articulada} \end{array} \right.$$

Para o outro extremo de cada barra, irá se propagar o momento $M = \alpha \cdot M_i$.

No nosso exemplo:



1.5- Compensação dos momentos fletores

O processo é iterativo, com o seguinte roteiro:

- a) Desbloqueia-se um nó i , intermediário, qualquer. Se este nó não está equilibrado ($\sum M_i = \Delta M \neq 0$), a estrutura e suas cargas aplicam ao nó um momento ΔM . O nó gira e cada barra absorve um quinhão $M_i = -\mu_i \cdot \Delta M$, e para cada extremidade oposta se propaga a parcela $\alpha \cdot M_i$.
- b) Terminando a compensação do nó i , passa-se um traço sob os valores M_i . Nas liberações posteriores, no cálculo de ΔM , não é necessário computar o que está acima do traço, cuja soma é zero.
- c) A ordem de liberação não altera o resultado, mas para acelerar a convergência, é bom:
 - c.1) liberar primeiro os nós com maior momento desequilibrado ΔM ;
 - c.2) liberar nós saltados;
 - c.3) sistematizar a liberação.
- d) Evitar o cálculo com decimais. Para as estruturas de edifícios, uma boa unidade para os momentos fletores é a de **tf.cm**.

Vamos colocar em nossa viga, os coeficientes α , μ e os momentos de extremidade (na convenção de Grinter) em tf.cm, e darmos início à compensação:

Diagrama de uma estrutura hiperestática com 6 apoios. Os apoios 1, 2, 3, 4 e 5 são de rotação livre, e o apoio 6 é de deslocamento horizontal livre. A estrutura é submetida a uma carga unitária móvel. Os diagramas de influência para as reações de apoio são mostrados. Os diagramas de influência para as reações de apoio são mostrados. Os diagramas de influência para as reações de apoio são mostrados.

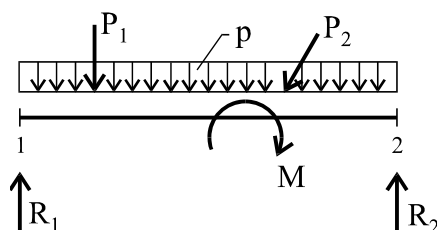
2. ETAPA ISOSTÁTICA

Consiste na determinação de todos os esforços que agem na estrutura - reações de apoio, forças cortantes, forças normais, momentos fletores - e possibilita o traçado dos respectivos diagramas.

2.1- Ação de nó sobre barra

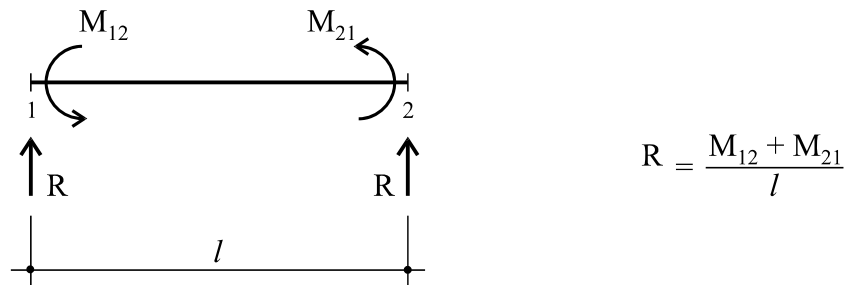
É o esforço perpendicular ao eixo da barra, representando a reação do nó sobre a barra. É o resultado da superposição de dois efeitos:

- a) As reações R_1 e R_2 que agem na barra, devido ao carregamento externo, facilmente calculadas através das equações de equilíbrio ($\sum F = 0$ e $\sum M = 0$):



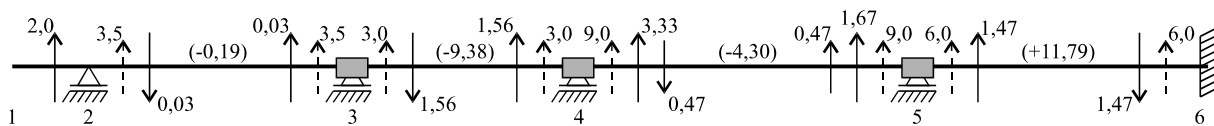
$$R_1 + R_2 = \Sigma F_{\text{ext}}$$

b) As reações R devido aos momentos de extremidade de barra na convenção de Grinter, que já calculamos no item 1.5.

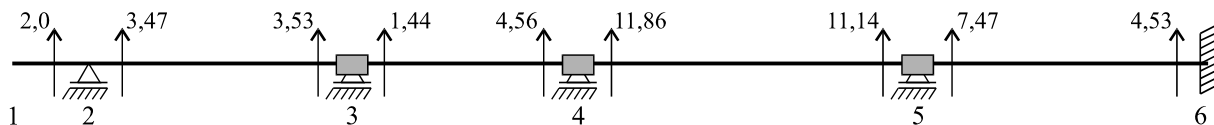


Estas reações formam um binário de forças que tem o valor $R = (M_{12} + M_{21})/l$, onde M_{12} e M_{21} entram com seus respectivos sinais na convenção de Grinter. O binário será **horário** se R resultar positivo, e **anti-horário** se R resultar negativo.

No nosso exemplo, as ações de nós sobre barras (em tf) são:

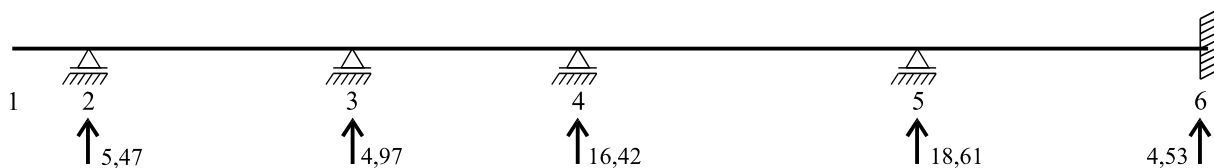


Que resulta:



2.2- Diagrama das reações de apoio (t_f)

As reações de apoio em cada nó são obtidas pela soma das ações de nó sobre barra, em cada nó:



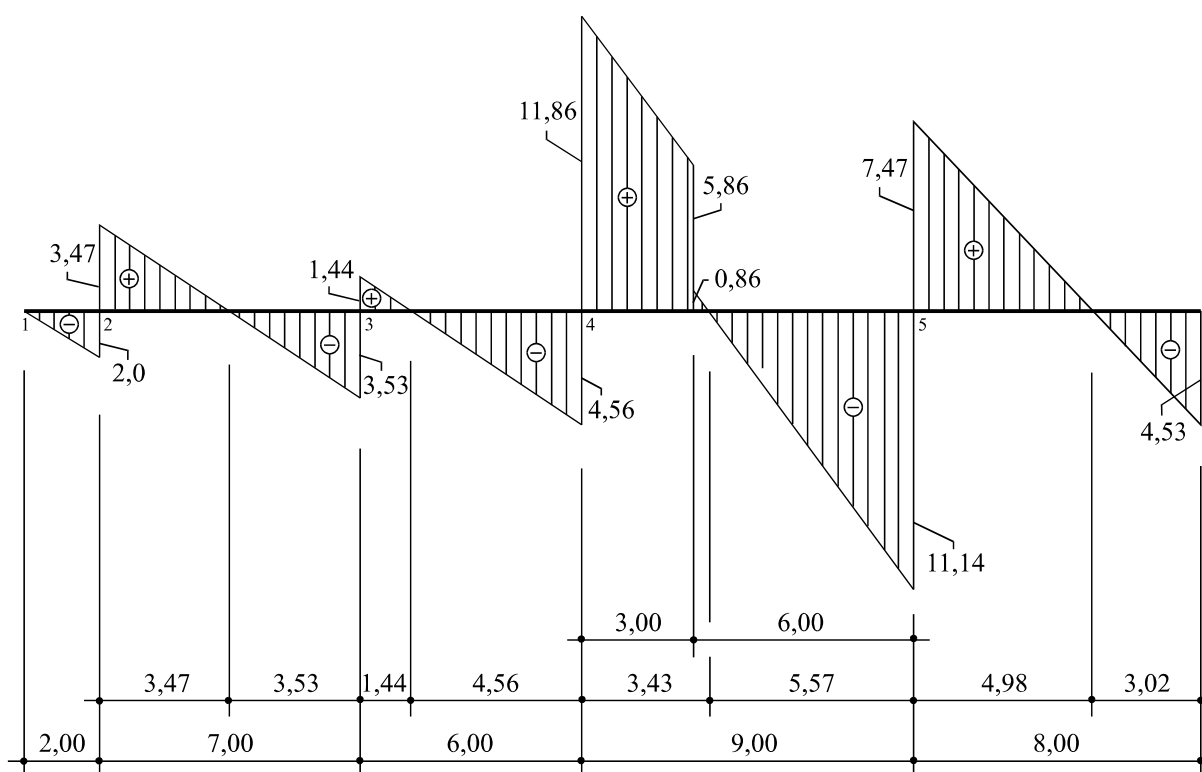
Essas reações nas vigas são as mesmas cargas que agem nos seus apoios, que podem ser pilares, blocos ou estacas de fundação (quando se tratar de vigas-baldrames).

Na figura acima, flecha para cima significa **compressão**, e flecha para baixo significa **tração** nos pilares ou apoios.

2.3- Diagramas de forças cortantes (t_f)

Os valores das forças cortantes nas extremidades dos diversos tramos da viga, são obtidos atribuindo à ação de nó sobre barra, o **sinal positivo** se for **horário** sobre a seção da barra.

Observando o resultado do item 2.1, traçamos o diagrama dos esforços cortantes (t_f):



Obs. 1: O valor da carga concentrada de 5 tf é igual à diferença dos valores das forças cortantes à esquerda (5,86 tf) e à direita (0,86 tf) de seu ponto de aplicação.

Obs. 2: No traçado das retas inclinadas em cada tramo, basta subtrair a resultante das cargas distribuídas do valor da força cortante no apoio da esquerda.

2.4- Diagrama de momentos fletores (tf.cm)

Os momentos nas extremidades das barras, na Convenção de sinais de Grinter (item 1.5), são

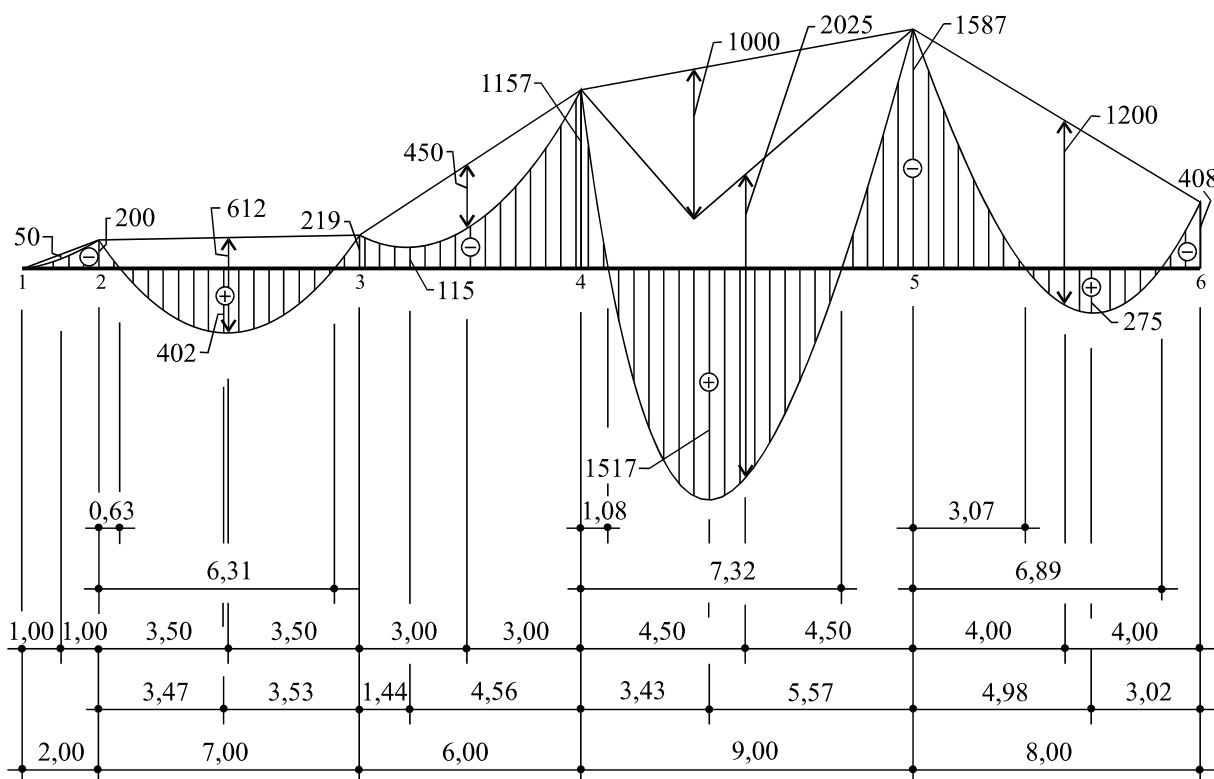
convertidos para a Convenção Usual (M positivo = tração embaixo; M negativo = tração encima), através da seguinte regra, conhecida como “Regra Política”:

“ESQUERDA troca, DIREITA conserva o sinal”.

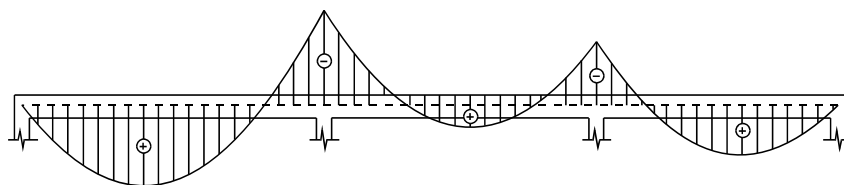
	1	2	3	4	5	6			
C.G. →		+ 200	- 219	+ 219	- 1157	+ 1157	- 1587	+ 1587	- 408
C.U. →		- 200	- 219	- 219	- 1157	- 1157	- 1587	- 1587	- 408
M →		- 200	- 219	- 1157	- 1587	- 1587	- 408		

Sabemos que os momentos fletores positivos são máximos ou mínimos nos pontos onde a força cortante passa por um zero. A determinação destes pontos e dos valores de M_{\max} são úteis no detalhamento das armaduras de flexão e de cisalhamento, e por este motivo suas abscissas foram calculadas no diagrama de cortantes.

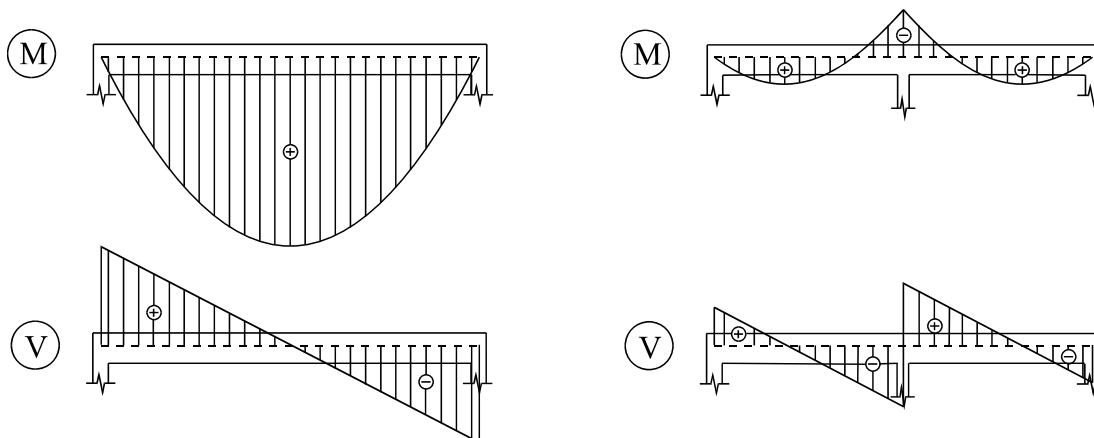
Colocamos então as cotas dos valores dos momentos nos apoios (na Convenção Usual) e “penduramos” os momentos devidos às cargas externas em cada tramo da viga, obtendo o diagrama dos momentos fletores (tf.cm).



Analisando diversos diagramas, observa-se que em vigas contínuas com os vãos e cargas não muito desiguais, com diferenças de $\pm 20\%$, os momentos fletores nos apoios *intermediários* são sempre maiores do que os momentos do *meio do vão*. Logo, as armaduras de tração negativas nestes apoios são geralmente maiores do que as armaduras positivas no meio do vão, como podemos observar na figura abaixo.

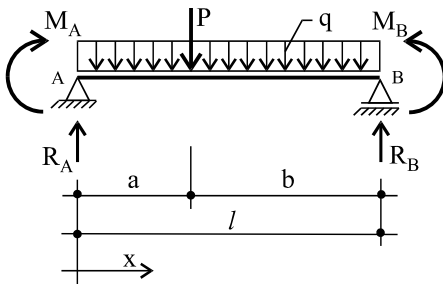
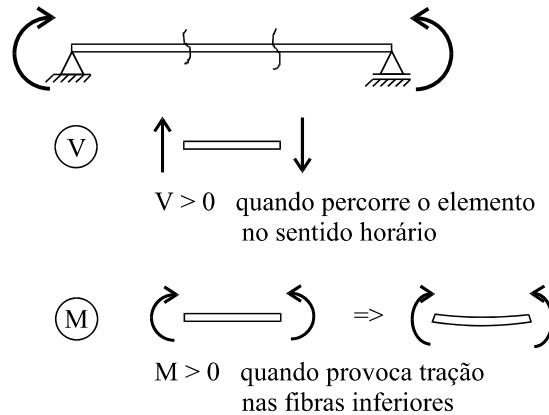


Em obras de reformas, onde é necessário escorar peças estruturais existentes, deve-se analisar cuidadosamente a maneira correta de se introduzir esses novos apoios. Tomando-se como exemplo uma *viga de vão único e simplesmente apoiada em suas extremidades*, devemos verificar se a ferragem negativa comprimida no meio do vão, que provavelmente está se prestando apenas como porta-estribos, vai suportar os novos esforços de tração que surgem quando se coloca uma escora no meio de seu vão livre. Devemos também verificar se os estribos existentes na região central da viga, vão suportar os novos esforços cortantes, como vemos na figura a seguir.

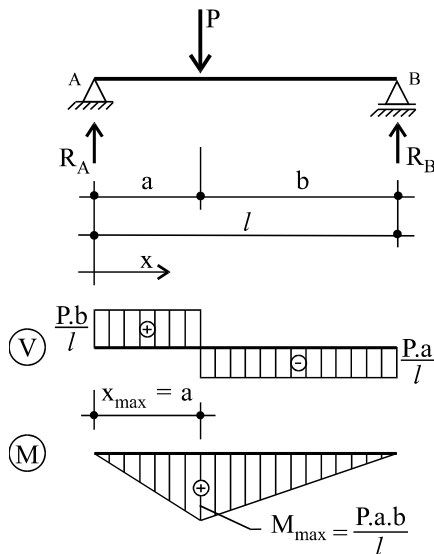


2.5- Cálculo analítico das forças cortantes e dos momentos fletores

Para traçarmos os diagramas de forças cortantes ou de momentos fletores com precisão, seja manualmente ou através de um programa de computador, devemos calcular analiticamente os valores do esforço cortante V e do momento fletor M , em qualquer ponto dos diversos tramos da viga, e para isto montamos as expressões abaixo, para os casos de *carga concentrada P* , de *carga uniformemente distribuída q* e de *momentos de extremidade M_A e M_B* . Depois basta superpor, ou seja, somar os efeitos de cada um destes três carregamentos.

CARREGAMENTOS:**CONVENÇÃO DE SINAIS DE V E M:**

2.5.1- Devido à **carga concentrada P** , temos duas equações para V e duas para M , dependendo do valor de x , da seção transversal considerada:



$$R_A = \frac{P \cdot b}{l} \quad \text{e} \quad R_B = \frac{P \cdot a}{l}$$

a) Para $x \leq a$:

$$V_x = R_A = \frac{P \cdot b}{l}$$

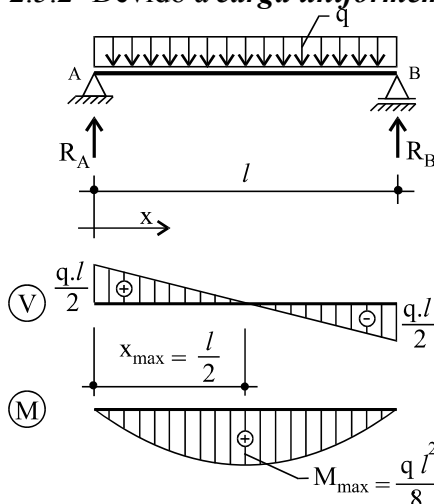
$$M_x = R_A \cdot x = \frac{P \cdot b}{l} \cdot x$$

b) Para $x > a$:

$$V_x = R_A - P = \frac{P \cdot b}{l} - P$$

$$M_x = R_A \cdot x - P \cdot (x - a) = \frac{P \cdot b}{l} \cdot x - P \cdot (x - a)$$

2.5.2- Devido à **carga uniformemente distribuída q** , as expressões analíticas de V e de M são:

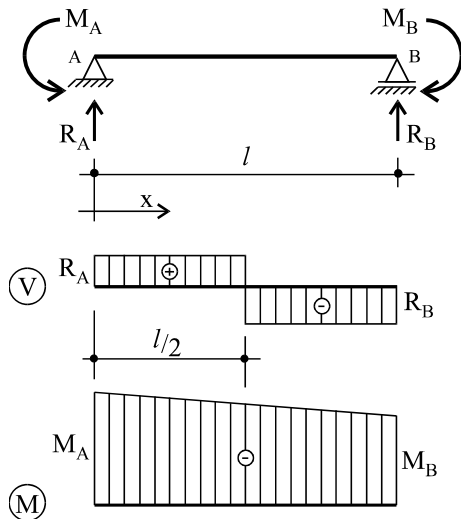


$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

$$V_x = R_A - q \cdot x = q \cdot \frac{(l - 2 \cdot x)}{2}$$

$$M_x = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = q \cdot x \cdot \frac{(l - x)}{2}$$

2.5.3- Devido aos **momentos de extremidade** M_A e M_B , temos uma expressão para M e duas para V , dependendo do valor de x :



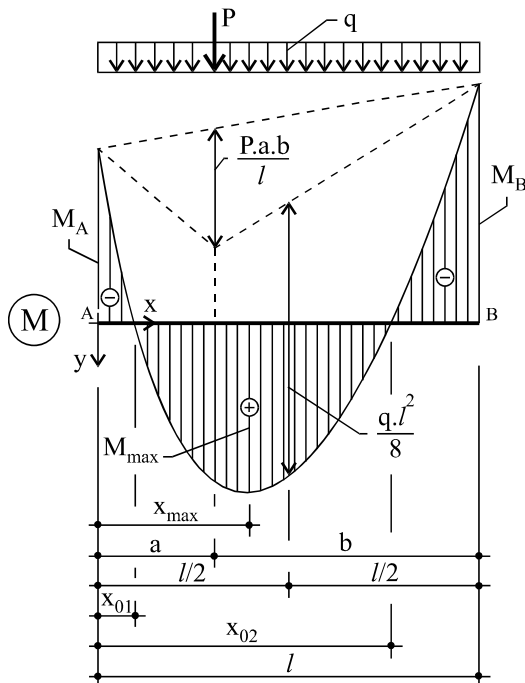
$$R_A = \frac{-(M_B - M_A)}{l} \text{ e } R_B = \frac{+(M_B - M_A)}{l}$$

a) Para $x \leq \frac{l}{2}$: $V_x = R_A = \frac{-(M_B - M_A)}{l}$

b) Para $x > \frac{l}{2}$: $V_x = R_B = \frac{+(M_B - M_A)}{l}$

$$M_x = R_B \cdot x + M_A = \frac{(M_B - M_A) \cdot x}{l} + M_A$$

2.5.4- Cálculo das abscissas das seções transversais onde situam-se os **pontos de máximo** e os **zeros** do diagrama de momentos fletores (carga uniformemente distribuída):



b) Para calcular os zeros x_{01} e x_{02} do diagrama de M , basta anular e resolver a soma de suas equações, que sabemos ser do 2.º grau, do tipo

$$m \cdot x^2 + n \cdot x + p = 0$$

com raízes x_{01} e x_{02} de valores $\frac{-n \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot m}$

onde $\Delta = n^2 - 4 \cdot m \cdot p$

c) Para se calcular as coordenadas de máximo (x_{\max}, M_{\max}), existem duas maneiras, seja anulando a derivada da soma das diversas equações de M em relação a x , ou como se trata de equação do 2.º grau, sabemos que a curva é uma parábola de vértice

$$x_{\max} = \frac{-n}{2 \cdot m} \text{ e } M_{\max} = \frac{-\Delta}{4 \cdot m}$$

Graficamente, a abscissa x_{\max} pode ser obtida do diagrama de forças cortantes, porque neste ponto onde a cortante se anula, o momento fletor é máximo.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- [1] ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR-5984 - Norma geral de desenho técnico
NBR-6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado - Rio de Janeiro - 1980
NBR-6119 - Cálculo e execução de lajes mistas - RJ - 1980
NBR-6120 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações - RJ - 1980
NBR-6123 - Forças devido ao vento
NBR-7187 - Cálculo e execução de pontes de concreto armado
NBR-7191 - Execução de desenhos para obras de concreto simples ou armado - RJ - 1982
NBR-7197 - Concreto protendido
NBR-7480 - Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado - RJ - 1996
- [2] ADÃO, FRANCISCO XAVIER
Desenho de concreto armado - Editora Tecnoprint Ltda. - 1980
- [3] ALBIERO, JOSÉ HENRIQUE
Fundações e elementos enterrados - Notas de aulas - EESC-USP - São Carlos - 1976
- [4] ANTUNES, HELENA M. C. CARMO
Estática das Estruturas - Complementos - Notas de aulas - EESC-USP - São Carlos - 1976
- [5] BARBATO, ROBERTO LUIZ DE ARRUDA
Estruturas correntes de concreto armado - Notas de aulas - EESC-USP - São Carlos - 1976
Casca de revolução - Notas de aulas - EESC-USP - São Carlos - 1977
- [6] BOTELHO, MANOEL HENRIQUE CAMPOS
Concreto armado eu te amo - Editora Edgard Blücher Ltda. - São Paulo - 1983
- [7] CAPUTO, HOMERO PINTO
Mecânica dos solos e suas aplicações - Vols. 1, 2 e 3
Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. - Rio de Janeiro - 1975
- [8] FUSCO, PÉRICLES BRASILIENSE
Estruturas de concreto - Vol. 1 - Fundamentos do projeto estrutural
Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda. - São Paulo - 1976
- [9] LEONARDS, G. A.
Foundation Engineering - McGraw-Hill Book Company, Inc. - 1962
- [10] LEONHARDT, FRITZ
Sobre el arte de armar estructuras de concreto armado - Caracas - 1966
- [11] LEONHARDT, FRITZ - MÖNNIG, EDUARD
Construções de Concreto - Vols. 1, 2 e 3 - Editora Interciência - Rio de Janeiro - 1978
- [12] MELLO, VICTOR F. B. - TEIXEIRA, ALBERTO H.
Mecânica dos solos, fundações e obras de terra - Vols. 1 e 2 - USP - 1971

- [13] MONTANARI, ILIO
Cálculo do pavimento tipo de um edifício - Notas de aulas - EESC-USP - São Carlos - 1971
Pontes de concreto protendido - Notas de aulas - EESC-USP - São Carlos – 1976
- [14] MONTOYA, P. JIMÉNEZ - MESEGUER, A. GARCIA - CABRÉ, F. MORÁN
Hormigon armado - Editorial Gustavo Gili S.A. - Barcelona - 1973
- [15] PROMON ENGENHARIA
Tabelas para dimensionamento de concreto armado, segundo a NB-1/76
Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda. - São Paulo - 1976
- [16] ROCHA, ADERSON MOREIRA DA
Novo curso prático de concreto armado - Vols. 1, 2, 3, e 4 - Editora Científica
Rio de Janeiro - 1976
- [17] SANTOS, LAURO MODESTO DOS
Cálculo de concreto armado - Vol. 1 -Editora Edgard Blücher Ltda. - São Paulo- 1977
Cálculo de concreto armado - Vol. 2 -Editora LMS Ltda. - São Paulo - 1981
- [18] SANTOS NETO, PAULO DOS
Resistência do concreto armado - Notas de aulas - EESC-USP - São Carlos - 1976
Estruturas correntes de concreto armado - Notas de aulas - EESC-USP - 1977
- [19] SANTOS NETO, PAULO DOS - VENTURINI, WILSON SÉRGIO
Flexão composta no estádio III - Seção retangular (NB-1/75) - EESC-USP - São Carlos - 1975
- [20] SOUZA, JOÃO CARLOS ANTUNES DE O. E
Estática das Estruturas - Notas de Aulas - EESC-USP - São Carlos - 1975
- [21] VITALI, R. - GHIANDA, E.
Il disegno del cemento armato - 5.a Edição
Ditta Giuseppe Lang - Arti Grafiche - Genova - Itália - 1968