

المعادلة التربيعية

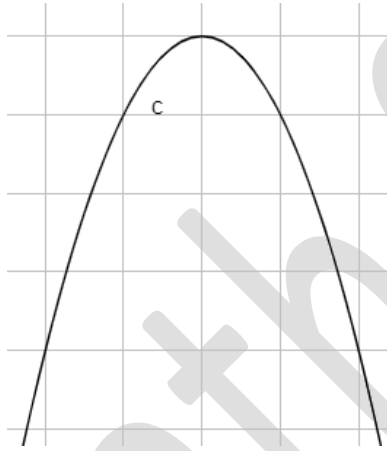
من المعادلات المهمة التي نجدها في المواقف الحياتية والتطبيقات الفيزيائية

$$\text{د(س)} = \text{أس}^2 + \text{ب س} + \text{ج} , \text{أ} \neq \text{صفر}$$

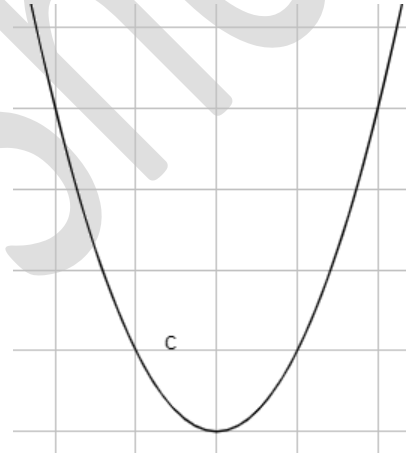
وسميت معادلة تربيعية لأنها تحتوي على س^2 وهو الحد الأكبر قوى

رسم المعادلة التربيعية (رسم البيان التربيعي)

ترسم المعادلة التربيعية على شكل حرف U



معامل س^2 سالب



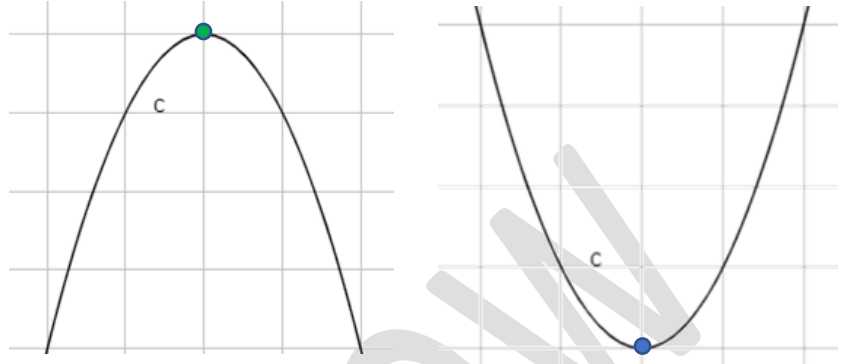
معامل س^2 موجب

ولرسم بيان الدالة التربيعية يجب أن توضح عدة مميزات (خصائص) لبيان الدالة منها

- الشكل العام للبيان
- أحداثيات الرأس
- نقاط التقاطع مع المحورين
- معادلة محور التماثل

رأس المنحنى

هي النقطة التي يتغير عندها اتجاه المنحنى في التمثيل البياني



الاحداثي الصادي لنقطة الرأس

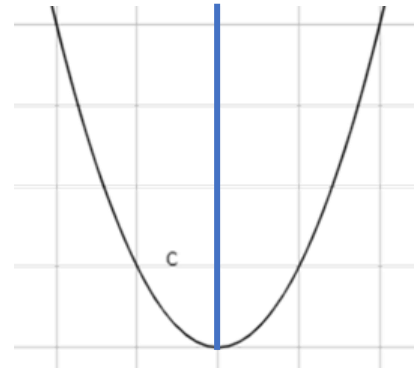
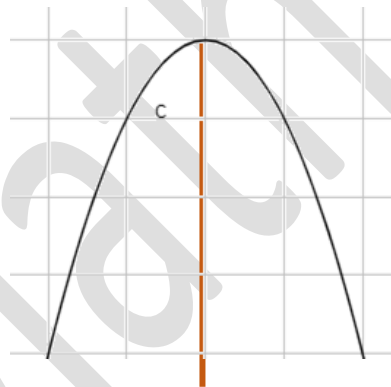


توجد عندها قيمة عظمى لـ c

توجد عندها قيمة صغرى لـ c

محور التماثل

مستقيم يقسم المعادلة التربيعية لنصفين



$s =$ الاحداثي السيني لنقطة الرأس



معادلة محور التماثل (خط رأسي) هي $s =$ عدد

استخدم تماثل الدالة التربيعية $ص = س^2 - ٦س + ٨$ لتجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى. ارسم بيان الدالة مبيّناً جميع نقاط التقاطع مع المحورين:

أولاً: معامل س (موجب)

ثانياً: نقطة التقاطع مع محور ص

عند $ص = ٠$ $٨ = ٨ + ٠ - ٠ = ص$

يقطع بيان الدالة محور الصادات في النقطة $(٨, ٠)$

ثالثاً: نقط التقاطع مع محور س

عند $ص = ٠$ $٠ = س^2 - ٦س + ٨$

$٠ = (س - ٢)(س - ٤)$

$س = ٢, س = ٤$

يقطع بيان الدالة محور السينات في $(٢, ٠)$ و $(٤, ٠)$

رابعاً: تحديد نقطة رأس المنحنى

الاحداثي السيني لنقطة للرأس $٣ = \frac{٦ - (-١)}{٢} = \frac{٦ - (-١)}{٢} = \frac{٧}{٢}$

الاحداثي الصادي لنقطة للرأس $١ - = ٨ + ١٨ - ٩ = ٨ + (٣)٦ - ٢(٣) = ١ -$

∴ احداثي نقطة الرأس $(٣, ١ -)$

يمر محور التماثل في منتصف القطعة المستقيمة
الواصلة بين نقطتي المقطع السيني

وتكون معادلة محور التماثل $س = ٣$

خامساً: القيمة الصغرى للمنحنى هي قيمة الاحداثي الصادي لنقطة الرأس

∴ القيمة الصغرى $١ - =$

ضع جميع المعلومات السابقة على الشبكة التربيعية لتحصل على التمثيل البياني للدالة

يمكن استخدام الاكمال الى المربع للحصول على بعض خصائص بيان الدالة التربيعية

$$ص = س^2 - ٦س + ٨ = (س-٣)^2 - ١$$

$$= (س-٣)^2 - ١ \leftarrow \text{من هذه الصيغة رأس المنحنى (٣، -١)}$$

للحصول على القيمة الصغرى ضع $س = ٣$

$$\text{القيمة الصغرى} = ١ - ١ = ٠$$

وتكون معادلة محور التماثل $س = ٣$

اوجد احداثيات نقطة تحول (رأس بيان) الدالة $ص = ٧ + ٥س - س^2$ ، وحدد ما اذا كانت قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

الحل

$$ص = ٧ - س^2 + ٥س = (س - \frac{٥}{٢})^2 - \frac{١}{٤}$$

$$= (س - \frac{٥}{٢})^2 - \frac{١}{٤}$$

$$= -\frac{١}{٤}$$

رأس المنحنى $(\frac{٥}{٢}, -\frac{١}{٤})$ والمنحنى مفتوح لأسفل أي للمنحنى قيمة عظمى $= -\frac{١}{٤}$

إعادة تعلم

اوجد احداثيات نقطة تحول (رأس بيان) الدالة $ص = ٢س^2 + ٩س + ٤$ ، وحدد ما اذا كانت قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

$$ص = ٢س^2 + ٩س + ٤ = ٢(س + \frac{٩}{٤})^2 - \frac{١٧}{٨}$$

$$= ٢(س + \frac{٩}{٤})^2 - \frac{١٧}{٨}$$

رأس المنحنى $(-\frac{٩}{٤}, -\frac{١٧}{٨})$ والمنحنى مفتوح لأعلى أي للمنحنى قيمة =

تمرين (أ) اكتب العبارة الجبرية ١ + س - ٢س^٢ في صورة ل - ٢(س - ك)^٢
أولاً: فك القوس

$$ل - ٢(س - ٢ك + ١) = ٢س - ٢س^٢ + ١$$

$$ل - ٢س + ٤ك - ٢ = ٢س - ٢س^٢ + ١$$

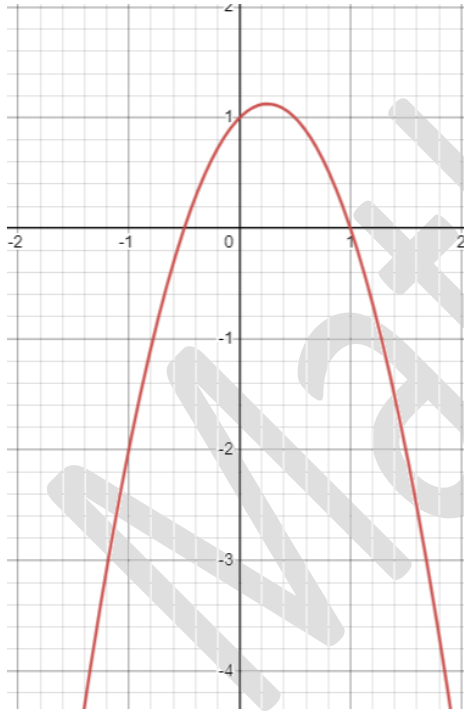
ثانياً: مساواة المعاملات

$١ = ٢ك - ٢$ $١ = ٢\left(\frac{١}{٤}\right) - ٢$ $١ = \frac{١}{٢} - ٢$ $\frac{٩}{٢} = \frac{١}{٢} + ١ = ٢ك$	$٤ك = ٢س$ $١ = ٤ك$ $\frac{١}{٤} = ك$
---	--------------------------------------

$$\therefore ص = ٢ - \frac{٩}{٢}\left(١ - \frac{١}{٤}\right)$$

(ب) ارسم منحنى الدالة ص = ١ + س - ٢س^٢

$$\therefore ص = ٢ - \frac{٩}{٢}\left(١ - \frac{١}{٤}\right)$$



نقطة التقاطع مع محور ص (١, ٠)	رأس المنحنى (١/٢, ٩/٨)
----------------------------------	---------------------------

لإيجاد نقط التقاطع مع محور س، نضع ص = ٠

$$٠ = ٢ - \frac{٩}{٢}\left(١ - \frac{١}{٤}\right)$$

$$٢ - \frac{٩}{٢}\left(١ - \frac{١}{٤}\right) = ٠ \quad \leftarrow \text{القسمة على } (٢ -)$$

$$\frac{٩}{٢} = ٢\left(١ - \frac{١}{٤}\right) \quad \leftarrow \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$\frac{٣}{٢} = ١ - \frac{١}{٤} \quad \leftarrow \text{س = ١، س = } \frac{١}{٢}$$

نقط التقاطع مع محور س هي (٠, ١)، (١, ٣/٢)

ضع جميع المعلومات السابقة على الشبكة التربيعية لتحصل على التمثيل البياني للدالة، لا تنسى تماثل المنحنى حول محور التماثل للحصول على مزيد من النقاط تساعدك على دقة الرسم

تمرين: بين أن منحنى الدالة $ص = ٤س^٢ + ٢س + ٥$ لا يقطع محور السينات

الحل

نبحث نقط تقاطع المنحنى مع محور السينات

نضع $ص = ٠$ ونحل المعادلة $٤س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$

ويمكن حل المعادلة اما باستخدام الصيغة التربيعية أو الاكمال الى المربع

باستخدام الاكمال الى المربع : $٤س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$

$$٤س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$$

$$٤س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$$

$$٤س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$$

$$٤س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$$

ليس من الممكن أن تكون كمية مربعة سالبة

أي بيان الدالة لا يقطع محور السينات

ويمكن التحقق من ذلك بيانياً عن طريق استخدام أحد تطبيقات الرسومات مثل Desmos

الرابط التالي يوضح رسم المنحنى حيث لا يتقاطع مع محور السينات.

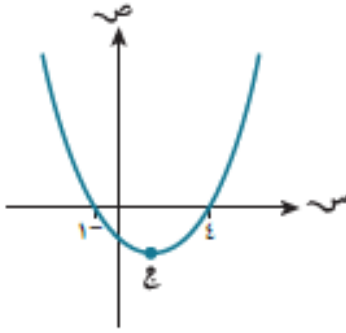
<https://www.desmos.com/calculator/hbplrujsqg?embed>

مفردة اختبارية

<p>(١) الدالة $ص = ٧س^٢ - ٨س + ١٧$</p> <p>(أ) ضع دائرة حول القيمة الصغرى لها</p> <p>(ب) اكتب معادلة محور التماثل للدالة</p>			
$ص = \frac{٧-}{٣}$	$ص = \frac{١٧-}{٤}$	$ص = \frac{٧}{٣}$	$ص = \frac{٧-}{٣}$

لمزيد من الشرح والتوضيح يمكنك متابعة فيديو الدرس على قناة Math Show

تمرين رقم (٨) صفحة ٢١ كتاب النشاط



يبيّن الرسم المجاور منحنى الدالة $D(s) = (s + f)(s - k)$

(أ) اكتب قيمة كل من f ، k علمًا بأن كلًّا منهما عدد موجب.

عند وضع $D(s) = 0$ نحصل على نقط التقاطع مع محور s

أي $(s + f)(s - k) = 0$

$s = -f$ ، $s = k$ ، $f = 1$ ، $k = 4$

(ب) للدالة قيمة صغرى عند النقطة ج، أوجد الجزء المقطوع من المحور السيني للنقطة ج

عندما تكون للدالة قيمة صغرى تكون عند نقطة رأس المنحنى

الجزء المقطوع من المحور السيني هو الاحداثي السيني لنقطة الرأس = وهو منتصف المقطع السيني للدالة

$$s = \frac{(1-)+4}{2} = \frac{3}{2}$$